

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA  
ELÉTRICA**

Carlos Arturo Rodríguez Ayola

**MODELO COMPUTACIONAL PARA APOIO DIDÁTICO NA  
APRENDIZAGEM DO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA  
OPERAÇÃO ENERGÉTICA DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS**

Dissertação submetida ao  
Programa de Pós-graduação  
em Engenharia Elétrica da  
Universidade Federal de Santa  
Catarina para a obtenção do  
Grau de Mestre em Sistemas  
de Energia

Orientador: Prof. Dr. Erlon  
Cristian Finardi.

Florianópolis  
2014

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Ayola, Carlos Arturo Rodríguez  
MODELO COMPUTACIONAL PARA APOIO DIDÁTICO NA  
APRENDIZAGEM DO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO  
ENERGÉTICA DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS / Carlos Arturo  
Rodríguez Ayola ; orientador, Erlon Cristian Finardi -  
Florianópolis, SC, 2014.  
98 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa  
Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Elétrica.

Inclui referências

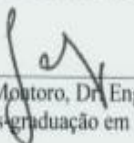
1. Engenharia Elétrica. 2. Sistema hidrotérmicos. 3.  
Decomposição Aninhada. 4. Programação Dinâmica Dual  
Estocástica. 5. Plataforma Computacional. I. Finardi,  
Erlon Cristian. II. Universidade Federal de Santa  
Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.  
III. Título.

Carlos Arturo Rodríguez Ayola

**MODELO COMPUTACIONAL PARA APOIO DIDÁTICO NA  
APRENDIZAGEM DO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA  
OPERAÇÃO ENERGÉTICA DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS**

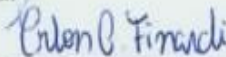
Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica, Área de Concentração Sistemas de Energia Elétrica, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.

Florianópolis, 12 de dezembro de 2014.



Carlos Galup Montoro, Dr. Eng.  
Coordenador do Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica

**Banca Examinadora:**



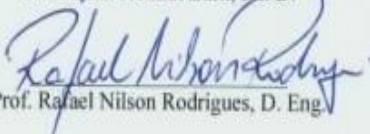
Prof. Erlon Cristian Finardi, D. Eng.  
Orientador



Vítor Luiz de Matos, D. Eng.



Prof. Hans Helmut Zurn, Ph.D.



Prof. Rafael Nilson Rodrigues, D. Eng.



## AGRADECIMENTOS

Primeramente agradeço a meus pais, Carlos Nicolás Rodríguez e Gloria Ayola, pelo amor, estímulo, formação e apoio incondicional em tudo momento durante a realização do meu mestrado. Também, a minha irmã pela ajuda e motivação no decorrer dos meus estudos.

A minha namorada, Diana Mercado, quem foi a pessoa que mais me impulsou a realizar o mestrado. Ela, meu amor e meu grande suporte ao longo da minha permanência fora do meu país.

Ao prof. Erlon Cristian Finardi pela amizade, ensino e orientação durante o tempo de realização do mestrado. Pela paciência, confiança e sugestões durante o meu trabalho.

A minha família Colombiana, Ricardo Quintero, Mauro Gonzalez, Jorge Gomez, Juan David Caicedo, Pablo Galvis, Gustavo Gutierrez, Edwin Giraldo, Andrés Martinez, Hector De la Hoz, Deysy Murillo, Juan Camilo De la Hoz Murillo e Felipe Beltran. Sempre ficarei grato com cada um de vocês pela ajuda, apoio e amizade incondicional.

Aos membros da banca examinadora, Vitor Luiz Matos, Rafael Rodrigues e ao Prof. Hans Helmut. Do mesmo modo, agradeço a cada um dos professores dos laboratórios LabPlan e LabsPot pela transferência do conhecimento.

Aos amigos e colegas do Labplan, Paulo Larroyd, Murilo Scuzziato, Daniel Tenfen, Marcelo Cordova, Brigida Decker, Dianne Desan, Marcelo Benetti, Brunno Brito, Carlos Ernani, Guilherme Fredo, Rodolfo Calderon, Rodolfo Bialeki, Paulo Senh, Marco Delgado, Fernanda Zardo, Marcelo Agostini, Matheus Palma, Hermano Veronesse, Fábio Mantelli, Pedro Vieira, Valmor Zimmer, Ivo Costa, Erika Pequeno, Dante Sifuentes e Icaro Rezende, pelo apoio, auxilio e paciência.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de pessoal de Nível Superior (CAPES) e a Fundação de Ensino e Engenharia de Santa Catarina (FEESC) pelo suporte financeiro.

Muito agradecido com todos vocês.



## RESUMO

O presente trabalho tem como foco o problema do Planejamento da Operação Energética de médio prazo, o qual estabelece estratégias para a geração e intercâmbio entre subsistemas para atender a demanda com o mínimo custo operativo esperado. Neste trabalho é construída um modelo computacional em ambiente Matlab como um instrumento pedagógico que visa à compreensão das complexidades do problema, empregando um sistema hidrotérmico fictício de pequeno porte. O modelo considera uma representação individual das usinas hidrelétricas e agregadas em reservatórios equivalentes de energia. Adicionalmente, para resolver o modelo estocástico associado a cada modelagem do parque hidráulico, o modelo oferece como possibilidade de estratégia de solução o uso da Decomposição Aninhada ou da Programação Dinâmica Dual Estocástica. Por fim, dispõe-se ainda de um módulo para obter índices de desempenho do sistema o qual realiza uma simulação operativa com base nas funções de custo futuro fornecidas pelas estratégias de solução supracitadas.

**Palavras-chave:** Planejamento da Operação Energética de Médio Prazo. Usinas Individualizadas. Reservatório Equivalente de Energia. Decomposição Aninhada. Programação Dinâmica Dual Estocástica.





## **ABSTRACT**

The Long-Term Hydrothermal Scheduling problem aims to establish strategies for the generation and interchange between subsystems to meet a forecast demand with minimal operating cost. In this work, it is proposed a computational module as a pedagogical tool that aims to understand the complexities of the Long-Term Hydrothermal Scheduling problem, using a fictitious hydrothermal system. The hydroelectric plants are modeled through individualized representation and by means of the energy equivalent reservoir concept. In addition, to solve the stochastic model associated with each of the hydroelectric model, the computational module applies as solution strategy the Nested Decomposition and Stochastic Dual Dynamic Programming techniques. Finally, the computational module also has a module to obtain system performance indexes which implements an operational simulation based on future cost functions provided by the solution strategies aforementioned.

**Keywords:** Long-Term hydrothermal scheduling. Individualized representation. Energy equivalent reservoir. Nested decomposition. Stochastic dual dynamic programming



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1- Matriz Energética SIN. ....	14
Figura 1.2- Cadeia com os diferentes horizontes de planejamento. ....	16
Figura 2.1- Função de produção UHE Campos Novos. ....	29
Figura 2.2-Curva do Custo incremental de uma usina térmica. ....	30
Figura 2.3- Afluências da UHE Barra Grande .....	31
Figura 2.4-Afluência Incremental. ....	32
Figura 2.5-Parábola da GHMAX. ....	36
Figura 3.1- Sistema hidrelétrico Fictício. ....	45
Figura 3.2-Sistema Hidrotérmico Fictício com Demandas L1 e L2.....	49
Figura 4.1 - Árvore de cenários para o problema de três meses REE. ..	52
Figura 4.2-Primeira recursão progressiva.....	60
Figura 4.3- Processo iterativo do algoritmo da DA.....	64
Figura 4.4-Restrições construídas pelo algoritmo DA. ....	64
Figura 4.5-Cenários escolhidos. ....	67
Figura 4.6-Processo iterativo do algoritmo PDDE.....	70
Figura 4.7-Restrições construídas pelo algoritmo PDDE.....	71
Figura 5.1-Módulos computacionais.....	73
Figura 5.2 -Plataforma computacional dados de entrada .....	74
Figura 5.3-Plataforma computacional – DA com UI. ....	75
Figura 5.4- Plataforma computacional – Modelo a REE com política via DA.....	76
Figura 5.5-Processo iterativo DA com representação a UIs.....	79
Figura 5.6-Processo iterativo DA resrepresentação REE. ....	79
Figura 5.7- Geração termelétrica - DA com representação a UI. ....	81
Figura 5.8- Geração termelétrica total - DA com representação a REE.81	
Figura 5.9- Geração termelétrica total - DA representação a UI.....	83

Figura 5.10- Geração termelétrica total PDDE - representação a UI... 83

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1- Comparação entre o Modelo Individual e REE.....	32
Tabela 3.1-Geração Termelétrica por Subsistema (MWmês). ....	44
Tabela 3.2 - Geração Hidrelétrica por Subsistema (MWmês).....	45
Tabela 3.3-Dados das Hidrelétricas do Subsistema A.....	46
Tabela 3.4-Dados das Hidrelétricas do Subsistema B. ....	46
Tabela 3.5-Coefficientes das Funções Cota Jusante. ....	47
Tabela 3.6-Coefficientes das Funções Cota Montante. ....	47
Tabela 3.7-Prod. Específica, Perda hidráulica e Queda Líquida Nominal de Cada UHE.....	47
Tabela 3.8- Usinas Termelétricas para Cada Subsistema.....	48
Tabela 3.9-Capacidade Instalada do Sistema Hidrotérmico.....	48
Tabela 4.1-Número de cenários em função do número de aberturas em cada mês.....	66
Tabela 5.1-Coefficientes dos limites operacionais de geração hidráulicas das UHEs.....	77
Tabela 5.2-Energia armazenável máxima por subsistema.....	77
Tabela 5.3-Coefficientes da geração hidráulica máxima por subsistema. .....	78
Tabela 5.4 - Dados iniciais para cada caso de estudo.....	78
Tabela 5.5- Resultados da aplicação da DA para ambas representações. .....	80
Tabela 5.6- Resultados da aplicação da PDDE ao problema com representação a UI.....	82
Tabela 5.7- Resultados da aplicação da PDDE ao problema com representação a UI.....	82

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

SEB	– Sistema Elétrico Brasileiro
ANEEL	– Agencia Nacional de Energia Elétrica
ONS	– Operador Nacional do Sistema Elétrico
PEN	– Planejamento Anual da Operação Energética
PMO	– Programação Mensal de Operação Energética
PDO	– Programação Diária da Operação Eletroenergética
SIN	– Sistema Interligado Nacional
CEPEL	– Centro de Pesquisa de Energia Elétrica
PDDE	– Programação Dinâmica Dual Estocástica
PDE	– Programação Dinâmica Estocástica
ENA	– Energia Natural Afluente
UHEs	– Unidades Hidrelétricas
UTES	– Unidades Termelétricas
CMO	– Custo Marginal de Operação
UI	– Usinas Individualizadas
REE	– Reservatório Equivalente de Energia
FCF	– Função de Custo Futuro
CAR	– Curva de Aversão ao Risco
CVAR	– do termo inglês Conditional Value at Risk
IEEE	–do termo inglês Institute of Electrical and Electronics Engineers
S	- Sul
SE/CO	Sudeste/Centro-Oeste
N	- Norte
NE	- Nordeste
PL	- Programação Linear
ED	- Equivalente Determinístico

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	13
1.1	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	18
1.2	OBJETIVOS E ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	22
2	MODELAGEM DO PROBLEMA.....	25
2.1	MODELO INDIVIDUALIZADO.....	25
2.1.1	USINAS HIDRELÉTRICAS .....	25
2.1.2	USINAS TERMELÉTRICAS.....	30
2.1.3	AFLUÊNCIAS.....	31
2.2	MODELO A RESERVATÓRIO EQUIVALENTE DE ENERGIA .....	32
2.2.1	ENERGIA ARMAZENAVEL MÁXIMA.....	33
2.2.2	ENERGIA AFLUENTE.....	34
2.2.2.1	ENERGIA CONTROLAVEL.....	34
2.2.3	ENERGIA FIO D'ÁGUA .....	35
2.2.4	GERAÇÃO HIDRÁULICA MÁXIMA.....	35
2.3	FORMULAÇÃO DO MODELO DE USINAS HIDRELÉTRICAS INDIVIDUALIZADAS .....	37
2.3.1	FUNÇÃO OBJETIVO .....	37
2.3.2	ATENDIMENTO À DEMANDA .....	38
2.3.3	RESTRIÇÃO DE CONSERVAÇÃO DA MASSA DA ÁGUA 38	
2.3.4	FUNÇÃO DE PRODUÇÃO DAS USINAS HIDRELÉTRICAS .....	38
2.3.5	LIMITES DE VOLUME ARMAZENADO, VAZÃO VERTIDA E TURBINADA. ....	39

2.3.6	VOLUME INICIAL E VOLUME META.....	39
2.4	FORMULAÇÃO DO MODELO DE RESERVATÓRIOS	
	EQUIVALENTES DE ENERGIA .....	40
2.4.1	FUNÇÃO OBJETIVO .....	40
2.4.2	ATENDIMENTO À DEMANDA .....	40
2.4.3	BALANÇO ENERGÉTICO .....	41
2.4.4	LIMITES DE ENERGIA ARMAZENADA, GERAÇÃO	
	TÉRMICA E HIDRÁULICA.....	41
3	CONFIGURAÇÃO HIDROTÉRMICA.....	44
3.1	CONFIGURAÇÃO HIDROTÉRMICA DO SISTEMA	
	FICTÍCIO .....	44
4	MEDOTODOLOGIAS DE SOLUÇÃO .....	51
4.1	PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL ESTOCÁSTICA .....	66
5	MODELO COMPUTACIONAL E RESULTADOS	
	NUMÉRICOS.....	73
5.1	PLATAFORMA COMPUTACIONAL .....	73
5.2	PREMISSAS UTILIZADAS .....	76
5.3	ESTUDO DE CASOS.....	78
6	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS .....	85
7	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	89

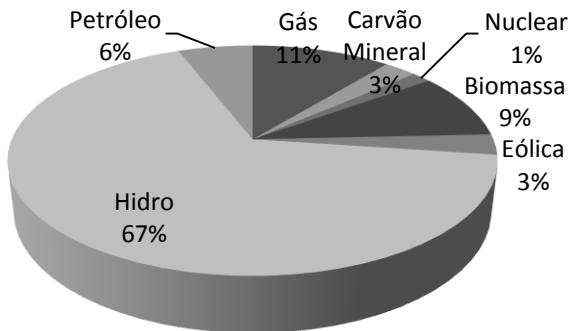


## 1 INTRODUÇÃO

O Sistema Elétrico Brasileiro (SEB) é caracterizado por ser um sistema hidrotérmico com predominância de geração de origem hidrelétrica, característica importante quando na determinação da maneira pela qual é efetuada a operação interligada do sistema. Em termos quantitativos, a geração hidrelétrica é responsável por aproximadamente 67% dos recursos energéticos do SEB. Por sua vez, a geração térmica participa com algo em torno de 30%, sendo que o restante é suprido pelo aporte de outras fontes de energia, tais como a energia renovável e a importação de sistemas vizinhos (Aneel, 2014). Neste cenário, um dos problemas mais importantes que devem ser realizados pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) é aquele relacionado com o planejamento da operação energética. Neste problema, o objetivo principal é estabelecer estratégias (políticas de operação) para a operação hidrotérmica por meio da análise das condições de atendimento ao mercado de energia e demanda em um horizonte de estudo plurianual (ONS, 2013). As estratégias devem minimizar o custo esperado de operação, que é composto pelo custo dos combustíveis usados nas usinas termelétricas e por penalidades associadas ao não fornecimento de energia à demanda (déficit).

Para facilitar a administração dos recursos (estudos energéticos) e controles operativos, o SIN é dividido em quatro grupos ou regiões, conhecidos como subsistemas, a saber: Sul (S), Sudeste/Centro-Oeste (SE/CO), Nordeste (NE) e Norte (N).

O SIN se distingue por ser um sistema hidrotérmico, com predominância hidrelétrica. Em torno de 67% da energia produzida é proveniente do uso da água das diferentes regiões do país localizadas em diferentes bacias e cerca de 18% resultante da queima de combustíveis fosseis e uso de gás. Existem também duas usinas nucleares que empregam como combustível nuclear o urânio para a produção de energia elétrica, representando algo em torno de 1,5% na matriz energética do país. A Figura 1.1 ilustra as características mencionadas anteriormente sobre as diversas fontes de geração, salientando a capacidade de geração hidrelétrica.



**Figura 1.1- Matriz Energética SIN.**

**Fonte: Aneel.**

Nesse sentido, deve-se efetuar um adequado planejamento para o melhor aproveitamento dos recursos, analisando de forma sistemática as informações com o objetivo de tomar as melhores decisões. Assim, o planejamento da operação energética tem como finalidade encontrar as melhores decisões para cada estágio, de tal forma que seja minimizado o custo total de operação, garantindo o fornecimento à demanda e respeitando as demais restrições operativas do sistema e das unidades geradoras.

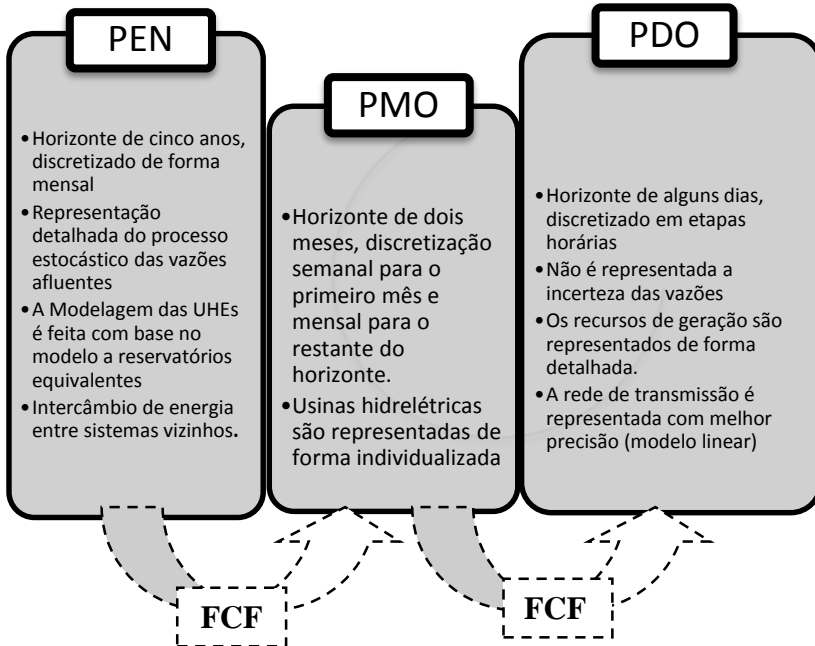
Devido a uma série de características complexas, tais como as incertezas presentes nos dados de entrada, não linearidades, custos não separáveis, grande número de unidades geradoras, reservatórios, períodos de tempo para a análise do problema, entre outros atributos, é inviável computacionalmente resolver o problema do planejamento da operação energética por meio de um modelo matemático único (PEREIRA e PINTO, 1982). Desta forma, essa tarefa é realizada com base na divisão do problema original em etapas com distintos horizontes de planejamento; porém, cada etapa possui um nível de detalhamento na modelagem do problema, buscando-se sempre uma melhor representação do sistema de acordo com o nível de incerteza associado com o horizonte em questão. Além disso, são compartilhadas informações para uma melhor coordenação entre etapas, as quais são divididas nos seguintes problemas: o Planejamento Anual da Operação Energética (PEN), o Programa Mensal de Operação Energética (PMO) e a Programação Diária da Operação Eletroenergética (PDO).

A cadeia de modelos matemáticos com diferentes horizontes de planejamento e graus de detalhe na representação do sistema é detalhada a seguir.

- **Planejamento Anual da Operação Energética (PEN):** denominado também como Planejamento de Médio Prazo, compreende um horizonte de estudo de cinco anos, discretizado de forma mensal. Nesta etapa, deve-se promover o aproveitamento racional dos recursos, garantindo a qualidade e a segurança no atendimento à demanda, levando em conta as restrições operativas próprias do sistema elétrico. Informações obtidas nesta etapa, como a função de custo futuro, são aproveitadas no âmbito da elaboração do PMO. A ferramenta de simulação usada nesta etapa é conhecida como NEWAVE, o qual faz uso do modelo a REE para representar as usinas hidrelétricas e também o modelo autoregressivo periódico para obter as realizações de energias naturais afluentes usadas no modelo estocástico.
- **Programa Mensal da Operação Energética:** Esta etapa compreende um período de análise de dois meses, com discretização semanal para o primeiro mês e mensal para o segundo mês. O PMO utiliza a função de custo futuro obtida na etapa anterior, para assim, determinar a política de geração de forma individualizada de cada usina que compõe o sistema. Adicionalmente, determinam-se os níveis dos reservatórios e os respectivos valores da água. O PMO fornece diretrizes a serem seguidas pela PDO.
- **Programação Diária da Operação Eletroenergética:** Possui um horizonte de estudo semanal, com discretização horária para o primeiro dia. Como foi feito nas etapas anteriores, a PDO recebe da PMO uma função de custo futuro que, adicionadas as projeções de demanda e aflúências, define o despacho do sistema.

Como mencionado, o planejamento da operação energética é realizado de acordo com o horizonte, desde a programação do despacho para o dia seguinte até um horizonte que compreende vários anos de estudo adiante. No caso do problema da programação, o sistema elétrico precisa ser estudado com maior detalhamento devido ao efeito das não linearidades neste tipo de horizonte. Por outro lado, no caso do

planejamento de médio prazo as principais distinções estão no tratamento estocástico relacionado com as incertezas das afluências futuras. Um resumo sobre essa abordagem de modelagem e horizonte de tempo na cadeia de modelos (subproblemas) pode ser visto na Figura 1.2.



**Figura 1.2- Cadeia com os diferentes horizontes de planejamento.**

O presente trabalho tem como interesse o problema de planejamento de médio prazo, o qual é caracterizado principalmente por as incertezas associadas as afluências futuras. De forma mais específica, o PEN tem como objetivo apresentar as avaliações das condições de atendimento ao mercado previsto de energia elétrica do Sistema Interligado Nacional (SIN) para um horizonte de estudo de cinco anos à frente. Este horizonte é necessário para que, com base nos critérios de segurança, possa ser avaliada a entrada de novos elementos de geração e transmissão, bem como o efeito de períodos hidrológicos adversos de grande duração. O PEN é representado matematicamente por um problema linear multi-estágio estocástico de grande porte, com acoplamento temporal e espacial, em que as afluências são tratadas como variáveis aleatórias.

Portanto, em termos pedagógicos, tem-se um tema com evidente complexidade, visto que se faz necessário compreender de muitos assuntos abrangentes, que vão desde a modelagem de usinas hidrelétricas, passando por conceitos básicos de estatística e probabilidade para a concepção da árvore de cenários a ser utilizada pelo modelo, e ainda, técnicas avançadas de otimização estocástica.

Os estudos que envolvem o planejamento energético dos sistemas hidrotérmicos usam vários programas que foram criados pelo Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL). Para o PEN, é implementado o modelo NEWAVE (CEPEL, 2010) que visa obter estratégias da operação hidrotérmica de médio prazo, com representação agregada por parque hidroelétrico e cálculo da política ótima baseado em Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE), (PEREIRA e PINTO, 1985). O NEWAVE está composto por vários módulos computacionais que foram implementados em linguagem FORTRAN e desenvolvidos de tal forma que possam ser executados em diferentes modelos de computadores. Esta ferramenta computacional para a análise do PEN não é de fácil acesso, sendo que só é possível trabalhar com a mesma se for um agente do SEB. Portanto, pelos motivos supracitados, o uso do NEWAVE está fora de cogitação para fins didáticos.

Por outro lado, é de suma importância que a academia possa formar recursos humanos especializados de tal maneira que os novos profissionais a serem incluídos no mercado estejam preparados para fazer frente aos desafios presentes hoje na moderna indústria de energia elétrica Brasileira.

Como base no texto supracitado, este trabalho tem como alvo a construção de uma plataforma computacional gráfica, em ambiente Matlab (MATLAB, 2013), que sirva como um instrumento pedagógico para auxiliar a compreensão das complexidades dos assuntos descritos. Instrumentos computacionais amplamente conhecidos na academia, como Matlab, rapidamente converteram-se em um mecanismo essencial para alunos de graduação ou pós-graduação. O auxílio de instrumentos computacionais tem como objetivo dar ao usuário um acompanhamento mais ativo da teoria vista em aula, através da experimentação de uma plataforma computacional caracterizada por ter um desenho de fácil manejo, com resultados através de gráficos para uma simples interpretação. Cabe ressaltar que a análise de resultados através de gráficos, tabelas e simulações para vários os casos de estudo, modificando de forma inteligível os dados de entrada, proporciona um reforço ao estudante para aprimorar os conceitos teóricos relativos a um

dado assunto de inerente complexidade, conforme é o caso do problema de interesse desta dissertação.

Neste contexto, esta dissertação tem como finalidade a elaboração de um modelo reduzido através de uma interface gráfica que sirva como instrumentação metodológica. Devido à complexidade do problema, o foco é a etapa de planejamento de médio prazo, buscando conectar o conteúdo teórico com a prática mediante o uso de uma plataforma computacional elaborada em Matlab, de um manejo simples, fácil interpretação da solução através de gráficos que descrevem o comportamento das principais variáveis do problema ao longo do horizonte de estudo.

Conforme será detalhado mais adiante, a plataforma contará com a modelagem de dois modelos de otimização cuja diferença está na representação das usinas hidrelétricas no problema. Esta atenção especial deve-se ao fato de que este tipo de recurso é predominante no caso Brasileiro e, portanto, um conhecimento mínimo é importante para a formação de um recurso humano de qualidade. Na sequência é apresentada uma revisão bibliográfica do PEN. Da mesma forma, será descrito, por meio dessa mesma revisão, o sucesso que as ferramentas computacionais em diferentes áreas do conhecimento alcançaram para o análise e ensino de uma maneira mais simples de problemas complexos.

## **1.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

Iniciando por trabalhos relacionados ao PEN, Arvanitidis e Rosing (1970), propuseram uma política de construção de curvas de armazenamento que refletem a capacidade do sistema, definindo a participação da geração hidrelétrica no atendimento da demanda de energia para a tomada de decisões mensais. Estas curvas representavam os níveis de armazenamento de sistemas agregados, baseados em um histórico de vazões afluentes de trinta anos. A capacidade de geração do sistema é indicada por meio da medida da energia potencial do sistema agregado. Neste trabalho pode ser vista a aplicação da Programação Dinâmica Estocástica (PDE), a qual busca solucionar problemas de otimização estocástica discretizando o espaço de estados da solução do problema. Devido a este tipo de estratégia, o esforço computacional da PDE cresce exponencialmente com o tamanho do sistema. Apesar disso, foram obtidos resultados interessantes, em especial devido a economia de combustível que foi obtida quando comparada com a antiga estratégia determinística (e conservadora) que era utilizada no Brasil até então.

Uma abordagem alternativa surgiu então na década de 1980, através de Pereira e Pinto (1985) prometendo sobrepujar o problema da

dimensionalidade encontrada na PDE, com base na construção de uma aproximação linear por partes do custo futuro presente na PDE. A metodologia foi denominada então como Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE).

Kligerman (1992) utilizou a PDDE em um problema mediante a representação do SIN por dois Reservatórios Equivalentes de Energia (REEs) em um período de estudo de cinco anos. As políticas de operação obtidas foram simuladas em séries baseadas no histórico mensal de Energia Natural Afluente (ENA).

Em (2001) foi desenvolvido pelo CEPEL o Modelo NEWAVE com aplicação da PDDE. Esse modelo é implementado para o Planejamento da Operação de Médio Prazo de Subsistemas hidrotérmicos interligados. A representação do parque hidrelétrico se dá de forma agregada e o cálculo da política de operação, como foi dito anteriormente, se baseia na PDDE. O NEWAVE incorpora quatro módulos: (i) um que calcula o sistema equivalente; (ii) um que calcula as energias afluentes e que faz uso do modelo auto regressivo periódico (ARP); (iii) o módulo de cálculo da política de operação hidrotérmica, baseada na PDDE; e (iv) o módulo de simulação da operação hidrotérmica que avalia a política operativa obtida em (iii) com base em diversos cenários de afluições ao longo do horizonte de estudo para obter estatísticas de diversas variáveis tais como energia armazenada, geração hidráulica, entre outros.

Por sua vez, Carvalho (2002) realizou uma comparação do desempenho da PDDE para um problema do PEN em que as usinas hidrelétricas são representadas individualizadas e por meio do REE. O sistema teste era composto de 15 unidades hidrelétricas (UHEs) e seis unidades termelétricas (UTEs) pertencentes ao SEB, com horizonte de planejamento de cinco anos. Nesse contexto, a representação dos modelos individualizados apresentou melhores resultados que representam o problema real.

De Matos (2008), através de uma plataforma computacional para estudos do PEN, comparou os resultados de agregação por subsistemas e cascatas hidrográficas na modelagem da configuração hidrelétrica, cujo sistema avaliado foi o SIN. Neste trabalho é usado o modelo Autoregressivo Periódico (ARP) para a geração de energias afluentes.

Larroyd (2012) trata os principais aspectos da PDDE voltada à solução do problema relacionado ao planejamento energético de sistemas hidrotérmicos de médio prazo. Especificamente, são avaliadas metodologias de aversão ao risco que são incorporadas à PDDE. Desta maneira, foram analisadas as soluções fornecidas pela PDDE usando

duas metodologias de aversão ao risco: (i) a curva de aversão ao risco (CAR); e; (ii) a inclusão do *conditiona Value-at-Riskl* (CVAR).

No tocante aos trabalhos que usam plataformas computacionais para fins pedagógicos na área de engenharia elétrica, as contribuições encontradas na maioria são de âmbito internacional.

Em (2011) Karhikeyan e Kumar desenvolveram uma interface gráfica em Matlab para efetuar estudos de fluxo de potência em condições de operação de estado estável, em que dois sistemas testes da IEEE, com 33 e 69 barras, são empregados. A interface se caracteriza por ter um controle fácil, dispondo de várias funcionalidades interativas como, carga em cada barra, valores de tolerâncias, inserção de sistema por unidade de tensão e potência, entre outros. Ressalta-se que a plataforma possui gráficos em três dimensões para uma melhor interpretação dos resultados.

Chang e Hung-Lu (2004) criaram um software educativo para estudos de harmônicos em sistemas de energia elétrica, o qual dispõe de quatro módulos, a saber: (i) análise de fluxo de potência; (ii) verificação da frequência; (iii) desenho de um filtro monofásico; e, (iv) resultados. O objetivo desse desenvolvimento é facilitar a aprendizagem sobre os sistemas harmônicos e os métodos usados para uma correta mitigação mediante filtros. Entre as características peculiares do software, destaca-se a apresentação simples com fácil escolha de qualquer um dos módulos e o ingresso fácil de dados através de um documento Excel que comunica com Matlab.

Kumar e Selvan (2012) trabalharam na realização de um aplicativo em Matlab que visa à análise do comportamento de um motor de indução operando como gerador elétrico, sob diferentes configurações tais como, gerador de indução com autoexcitação e gerador de indução ligado à rede. O objetivo é o estudo em estado estável do gerador de indução tanto na operação como o controle, devido à presença de parques eólicos no sistema elétrico que operam com geradores de indução. Para cumprir essa finalidade, os autores criaram uma interface com a alternativa de selecionar o comportamento do gerador perante a presença de parques eólicos em um sistema teste. A interface considera o comportamento do motor de indução como gerador autoexcitado quando deseja-se estimar o comportamento do gerador de forma isolada. Adicionalmente, existe também a possibilidade de estudar o caso do gerador ligado à rede para avaliar o comportamento do gerador com conexão em delta ou estrela, para assim, comparar os resultados dessas conexões. Todavia, tem-se a opção de agregar no sistema um banco de capacitores na rede para



melhorar os níveis de potência reativa e cumprir as normativas referentes à qualidade de energia elétrica.

Do Santos Coelho e Sierakowski (2008) usaram a técnica de otimização conhecida como enxame de partículas aplicada ao despacho econômico de unidades geradoras termelétricas cuja equação de custo de geração se baseia numa função quadrática. O objetivo fazer com que estudantes em formação de engenharia elétrica se familiarizem com o tópico de despacho econômico de sistemas de potência por meio do uso interativo de uma interface gráfica elaborada em Matlab. A plataforma contém um módulo de treinamento onde o usuário poderá selecionar funções de otimização e ajustar os principais parâmetros que influenciam o comportamento do algoritmo com a modificação de cada um desses parâmetros, para assim identificar a qualidade da solução. Todavia, a plataforma possui três módulos em que o usuário ajusta tanto as funções de produção quanto os parâmetros, entre outras funcionalidades.

A ferramenta mostrada em Eminoglu e Hocaoglu (2008) para o estudo de quedas de tensão em um sistema radial, composto por várias barras, é elaborado através de métodos de otimização baseados em heurísticas. O objetivo é realizar uma análise de sensibilidade de cada barra diante colapsos de tensão. O software desenvolvido permite ao usuário elaborar estudos de fluxo de potência, primeiramente para identificar quais barras sofreram quedas de tensão para depois, mediante a técnica de busca heurística, alocar de forma ótima um banco de capacitores shunt.

Já o trabalho desenvolvido por Hafizi e Hardi (2013) se apoia em uma plataforma gráfica em Matlab, onde é efetuada a modelagem de um relé de distância usando Simulink. Dentre as ferramentas próprias do Simulink, utilizou-se o Simpowersystem para a modelagem do Relé. Um sistema elétrico de pequeno porte é utilizado para simular faltas na linha de transmissão. Com o auxílio da plataforma, um estudante poderá experimentar os efeitos quando são mudados os parâmetros no relé de distância tais como, o efeito da falta segundo a localização na linha de transmissão, dados da linha, dados da carga e a resistência da falta. Como resultado, é obtido um gráfico que apresenta o comportamento da falta para diferentes distâncias, desde o terminal de uma subestação. Mediante a visualização do gráfico, o estudante ajusta as zonas de proteção do relé, para assim obter uma melhor proteção à linha ante faltas.

Sulaiman e Mat Isa (2003) elaboraram um método didático e simples de aprender sobre o sistema por unidade e componentes simétricas em sistemas de energia elétrica. A ferramenta tem a possibilidade de desenhar cada um dos elementos que compõem o sistema de potência

sob estudo. Com esse software, o estudante realiza cálculos da impedância por unidade com respeito a uma base comum em MVA e elaboração de componentes simétricas representados em circuitos por fases de reatâncias de sequência positiva, negativa e zero.

Nesse contexto, com base na revisão bibliográfica apresentada, diversas plataformas computacionais com suporte gráfico com finalidades pedagógicas são encontradas na literatura, as quais tratam dos mais diferentes tópicos que envolvem o estudo da engenharia elétrica, visando reforçar conceitos na área matemática aplicada e temas a fins, tais como despacho econômico, proteção elétrica, motores de indução, fluxo de potência, sistemas por unidade, entre outros. Ressalte-se que o uso de plataformas pedagógicas foi encontrado em outras áreas do conhecimento além da engenharia elétrica.

## **1.2 OBJETIVOS E ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO**

Este trabalho tem como objetivo geral, desenvolver uma plataforma computacional gráfica, em ambiente Matlab, como um instrumento pedagógico para que alunos de graduação e pós-graduação compreendam, de forma mais eficiente, o problema do planejamento da operação energética de médio prazo de sistemas de energia elétrica.

No que refere aos objetivos específicos, busca-se neste trabalho implementar um modelo de otimização para calcular uma política de operação que minimize o custo esperado de operação ao longo de um horizonte de estudo de doze meses, discretizado em etapas mensais, para atender uma demanda projetada de um sistema hidrotérmico fictício reduzido. Este sistema é composto por dez usinas hidrelétricas e oito usinas termelétricas, em dois subsistemas elétricos interligados entre si mediante uma linha de transmissão.

No modelo, as usinas hidrelétricas serão apresentadas de maneira individualizada e também por meio do conceito de reservatório equivalente de energia, conforme é utilizado atualmente no SIN.

O cálculo da política de operação pode ser obtido por meio da aplicação da metodologia da DA e também da PDDE. Essas metodologias, as quais são utilizadas no caso Brasileiro, são aplicadas considerando uma árvore de cenários de vazões afluentes construídas com base em sorteios de Monte Carlo (DE MATOS, 2013), sem dependência temporal.

A estrutura desta dissertação está organizada da seguinte maneira: o Capítulo 2 apresenta as modelagens das usinas hidrelétricas e termelétricas, bem como versões determinísticas do problema do planejamento, considerando a representação de usinas individualizadas e

reservatórios equivalentes de energia, respectivamente; no Capítulo 3 é descrito de forma detalhada a configuração hidrotérmica usada neste trabalho que servirá de análise na plataforma computacional; por sua vez, o Capítulo 4 apresenta as metodologias que calculam a política de operação, isto é, a DA e a PDDE; o Capítulo 5 apresenta a plataforma computacional elaborada com alguns resultados numéricos ilustrativos; finalmente o Capítulo 6 apresenta as conclusões, bem como sugestões para trabalhos futuros.



## 2 MODELAGEM DO PROBLEMA

O estudo do planejamento de médio prazo é abordado neste trabalho por meio de dois modelos de otimização: um referente ao modelo que representa as usinas hidrelétricas de forma separada e o outro relativo à representação equivalente, no qual essas usinas pertencentes a uma cascata são agregadas em um único reservatório de energia. Na sequência, este detalhamento é mostrado ao longo deste capítulo.

### 2.1 MODELO INDIVIDUALIZADO

#### 2.1.1 USINAS HIDRELÉTRICAS

Para ambos os modelos, o sistema conta com usinas hidrelétricas classificadas segundo a capacidade de armazenamento de água ao longo do tempo, a saber:

- Usinas hidrelétricas com reservatório: essas usinas têm como característica principal uma barragem de grande tamanho que represa o curso normal da água do rio, permitindo-lhe estocar e controlar grandes volumes de água. A vantagem é a capacidade de acumular água na época de cheias para uso na época de estiagem;
- Usinas hidrelétricas de fio d'água: são aquelas usinas que não possuem um reservatório significativo (um volume útil inferior ou igual a 10 hm<sup>3</sup>) que operam com uma queda líquida praticamente constante e uma vazão não controlada; portanto, só podem utilizar a água à medida que esta chega por ter condições insuficientes para a regularização.

A operação de um reservatório segue o princípio de conservação da massa de água, conforme (1). De acordo com Carvalho (2002), este trabalho não considera volumes perdidos na evaporação ou infiltração.

$$v_{r,t+1} - v_{rt} + \delta \cdot (q_{rt} + s_{rt}) - \delta \cdot \sum_{m \in \mathcal{N}^r} (q_{mt} + s_{mt}) = \delta \cdot Y_{rt} \quad (1)$$

$t$  Índice de estágio de tempo;

$r$  Índice associado com a usina hidrelétrica;

$v_{rt}$  Volume armazenado na usina  $r$  no final do estágio  $t$  (hm<sup>3</sup>);

$\delta$  Fator que representa a conversão da unidade de vazão; (m<sup>3</sup>/s) para a unidade de volume (hm<sup>3</sup>) em um determinado

	estágio de tempo;
$q_r$	Vazão turbinada pela usina $r$ no estágio de tempo $t$ ( $\text{m}^3/\text{s}$ );
$s_r$	Vazão vertida pela usina $r$ no estágio de tempo $t$ ( $\text{m}^3/\text{s}$ );
$m$	Índice associado com usinas imediatamente a montante da usina $r$ ;
$\mathfrak{R}_{(r)}$	Conjunto de usinas imediatamente a montante da usina $r$ ;
$Y_r$	Afluência incremental da usina $r$ no estágio $t$ ( $\text{m}^3/\text{s}$ );

Em referência à geração hidrelétrica, esta consiste em transformar a energia potencial que se encontra armazenada em energia cinética na turbina hidráulica. Por sua vez, a energia cinética obtida pela turbina, aciona um gerador de energia elétrica, que converte essa energia em eletricidade. Essa relação pode ser dada por:

$$E_r = Ep_r \eta_r \quad (2)$$

$E_r$	Energia elétrica produzida pela usina $r$ (J);
$Ep_r$	Energia potencial da água, dada pelo produto da massa da água e a aceleração da gravidade (J);
$\eta_r$	Rendimento médio dos conjuntos turbina-gerador da usina hidrelétrica $r$ ;

O produto da massa da água com a aceleração da gravidade corresponde à força (newton) associada com a água armazenada. Por conseguinte, o produto dessa força com a altura da queda líquida representa o trabalho realizado pelo deslocamento da massa de água. Portanto, a energia potencial possível de ser retirada de um volume de água associada a uma determinada altura é dada pelo peso específico da água multiplicado pelo volume da água e pela altura. Dado que a potência corresponde à energia produzida por unidade de tempo, pode ser obtida da seguinte maneira:

$$P = \frac{dEp_r}{dt} = \rho \cdot g \left( V \cdot \frac{dH}{dt} + H \cdot \frac{dV}{dt} \right) \quad (3)$$

$P$	Potência hidráulica disponível ou potência de entrada à usina, associada à energia armazenada (MW);
$H$	Altura de queda bruta (m);
$V$	Volume da água ( $\text{hm}^3$ );
$g$	Constante que representa a aceleração gravitacional, cujo

$\rho$  valor médio é de 9,81 (m<sup>2</sup>/s);  
Densidade da água, cujo valor aproximado é de 1000 (Kg/m<sup>3</sup>);

Na equação anterior, sob ponto de vista instantâneo, a derivada na queda pode ser considerada nula, resultando em uma potência hidráulica como:

$$P = \rho \cdot g \cdot Q \cdot H = 9,81 \times 10^{-3} \cdot Q \cdot H \quad (4)$$

$Q$  Vazão turbinada pela usina hidrelétrica (m<sup>3</sup>/s);

A equação anterior representa a máxima potência hidráulica disponível. Entretanto, devido às diversas perdas nos diferentes equipamentos que se encontram envolvidas no processo de conversão da energia elétrica, (FINARDI, 2003), a potência elétrica de saída nos terminais do gerador por ser dada conforme a equação a seguir:

$$PG = \rho \cdot g \cdot \eta_h \cdot \eta_t \cdot \eta_g \cdot Q \cdot HL \quad (5)$$

$PG$  Potência de saída nos terminais do gerador (MW);

$\eta_h$  É o rendimento hidráulico da turbina;

$\eta_t$  Rendimento mecânico da turbina;

$\eta_g$  Rendimento do gerador;

$HL$  Altura de queda líquida (m);

A altura de queda líquida de uma unidade hidrelétrica é dada pela diferença entre as alturas de queda bruta e as perdas hidráulicas da unidade.

$$hl_r = hb_r - plh_r \quad (6)$$

$hl_r$  Altura líquida da usina (m);

$hb_r$  Queda bruta da usina (m);

$plh_r$  Perda hidráulica da usina (m);

A altura de queda bruta é definida como a diferença entre as alturas montantes e jusantes. Em geral, a altura montante se apresenta por um polinômio de quarta ordem em função do volume do reservatório.

$$hb_r = fcm - fcj \quad (7)$$

$fcm$  Função de cota montante;  
 $fcj$  Função de cota jusante;

$$fcm = a_0 + a_1.v + a_2.v^2 + a_3.v^3 + a_4.v^4 \quad (8)$$

$a_0...a_4$  Coeficientes do polinômio que representa a cota de montante para o reservatório.

Da mesma forma, a altura jusante se representa por um polinômio de quarta ordem em função das defluências da usina, dado por:

$$d = Q + s \quad (9)$$

$d$  Defluência da usina ( $m^3/s$ );  
 $Q$  Vazão total turbinada pela usina ( $m^3/s$ );  
 $s$  Vazão vertida pela usina ( $m^3/s$ );

$$fcj = b_0 + b_1.d + b_2.d^2 + b_3.d^3 + b_4.d^4 \quad (10)$$

$b_0...b_4$  Coeficientes do polinômio que representa a cota de jusante para a usina.

As perdas hidráulicas estão relacionadas às perdas causadas pelas grades, entradas adutoras, válvulas, entre outros fatores.

$$pl_r = k_{u\sin a} Q^2 + k_r q_r^2 \quad (11)$$

$k_{u\sin a}$  Constante característica do conduto forçado da usina ( $m^3/s$ );  
 $k_r$  Constante característica do conduto forçado da unidade geradora ( $m^3/s$ );  
 $q_r$  Vazão turbinada da unidade hidrelétrica ( $m^3/s$ );

Foi considerado a não presença de adutor comum a todas as unidades, senão distintos adutores por unidade tornando zero a constante do conduto forçado da usina (FINARDI, 2003). Assim, a altura líquida, portanto a altura líquida é dada por:

$$hl_r = fcm_r - fcj_r - k_r q_r^2 \quad (12)$$



Em geral considera-se como uma boa aproximação que o rendimento mecânico da turbina e o rendimento do gerador são unitários, (FINARDI, 2003). Observa-se que a potência elétrica é proporcional à altura de queda líquida e a vazão da água. Portanto, cada usina possui um fator denominado fator de produtibilidade que, multiplicado pela vazão determina a potência elétrica de uma usina hidrelétrica, dado por:

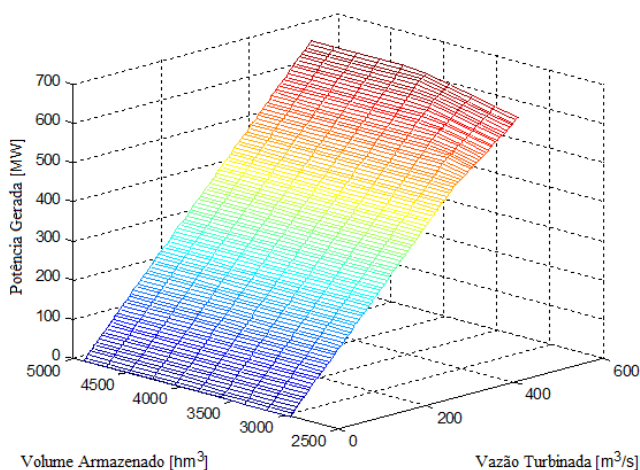
$$PG = K.Q \quad (13)$$

$K$  Fator de produtibilidade (MW /hm<sup>3</sup>/s/m);

O fator de produtibilidade varia com a queda líquida do reservatório. Para este trabalho, a produtibilidade é constante no intervalo de tempo considerado.

O processo de produção de energia elétrica das usinas hidrelétricas para este trabalho é realizado através de uma aproximação linear da função não linear. Essa aproximação é feita através de mínimos quadrados para aproximar a função de produção mediante dois planos. Essa aproximação se caracteriza pela dependência que tem a produção de energia elétrica com a vazão turbinada e o volume armazenado.

Desse modo, na Figura 2.1 é apresentado o comportamento da função de produção da usina hidrelétrica de Campos Novos pertencente ao Subsistema A da bacia do rio Uruguai.



**Figura 2.1- Função de produção UHE Campos Novos.**

A expressão matemática a partir da qual foi construída a função de produção de cada usina hidrelétrica é apresentada na Seção 2.3.4.

### 2.1.2 USINAS TERMELETRICAS

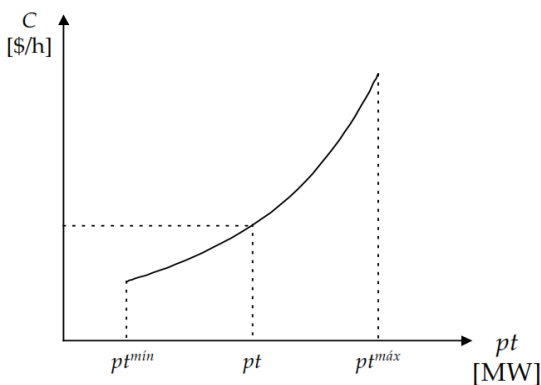
No tocante ao problema de médio prazo, as usinas termelétricas apresentam grande simplicidade na sua representação, sendo usadas para este trabalho as pertencentes ao grupo das usinas termelétricas convencionais. Cada usina termelétrica é definida nos estudos de planejamento através de suas características físicas e restrições operativas, tais como os limites de potência máxima e o custo de geração assumido basicamente pelo uso do combustível fóssil. Matematicamente, as usinas termelétricas são representadas por uma função de custo não linear composta por um polinômio de grau dois, da seguinte maneira:

$$C_i(pt_i) = a_{0i} + a_{1i}pt_i + a_{2i}pt_i^2 \quad (14)$$

$C_{ii}(\cdot)$  Custo de operação da usina térmica  $i$  (\$/h);

$pt_i$  Potência térmica gerada pela usina térmica  $i$ ;

$a_0, a_1, a_2$  São coeficientes da função.



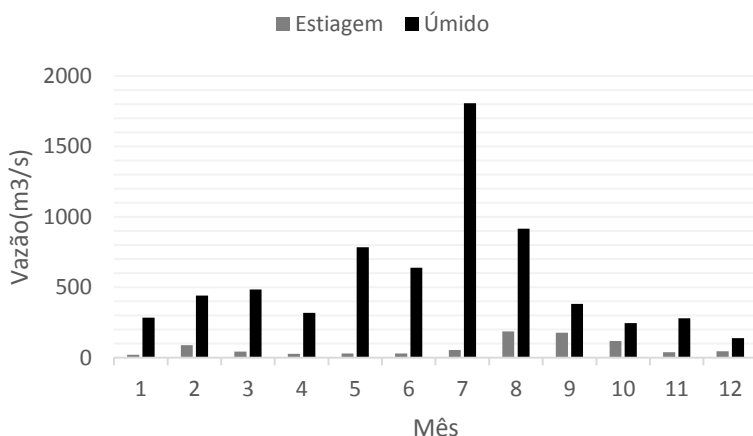
**Figura 2.2-Curva do Custo incremental de uma usina térmica.**

**Fonte: ONS**

Para estudos de médio prazo é adotado um custo unitário fixo. As usinas termelétricas presentes no sistema hidrotérmico fictício a estudar neste trabalho são representadas mediante um custo incremental fixo para cada horizonte de tempo. Já para o despacho elétrico destas usinas será dado pelo custo mais baixo até o custo mais alto.

### 2.1.3 AFLUÊNCIAS

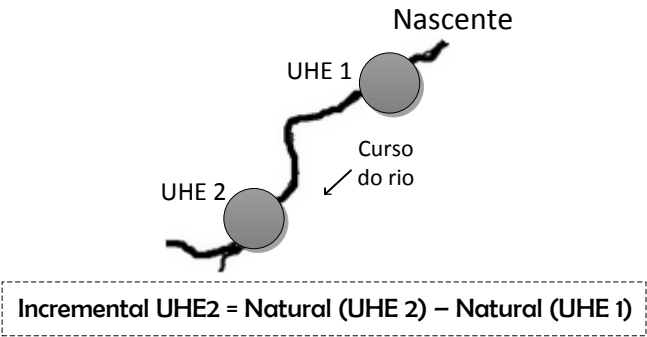
Os dados utilizados para as afluições mensais foram obtidos do website do ONS. Neste trabalho as séries de vazões naturais mensais foram empregadas a partir de janeiro de 1931 até dezembro de 2008. A título ilustrativo, o gráfico a seguir mostra os valores de afluições mensais referentes ao ano mais úmido (1983) e o período de maior estiagem (1945) para a usina hidrelétrica de Barra Grande localizado na bacia do rio Uruguai.



**Figura 2.3- Afluições da UHE Barra Grande**

Cabe ressaltar que a usina Barra Grande se encontra localizada na nascente do rio, portanto a afluição incremental a esta usina é igual a natural. Dado o caso de usinas hidrelétricas que se encontrem a jusante de outra usina, a afluição que deve ser considerada no problema é a afluição incremental. Este último é conhecido como a diferença entre afluições naturais de uma usina hidrelétrica e as usinas hidrelétricas

que se encontrarem a montante. Essa definição é esboçada na Figura 2.4 a seguir.



**Figura 2.4-Afluência Incremental.**

**2.2    MODELO A RESERVATÓRIO EQUIVALENTE DE ENERGIA**

Para estudos de planejamento energético de médio prazo é usado o modelo de Reservatório Equivalente de Energia (REE), cuja representação considera que as usinas hidrelétricas podem ser agregadas em um único reservatório equivalente de energia. Para Arvanitidis e Rosing (1970), a decisão mensal de alocação de energia por usina hidrelétrica não tem a mesma importância quanto às decisões econômicas mensais que são tomadas no modelo equivalente. Em outras palavras, não importa como é feito o despacho individual de cada usina, mas sim o montante total de geração hidrelétrica. A tabela a seguir compara as características que mais se salientam dos modelos de usinas individualizadas e de REE.

**Tabela 2.1- Comparação entre o Modelo Individual e REE.**

Modelo Individual	Modelo Reservatório Equivalente
Trabalha com unidades de vazão e de volume.	Converte as unidades usadas do modelo individual, em unidades de energia.
Acoplamento espacial entre usinas	

hidrelétricas.	Elimina o acoplamento espacial (agregação das usinas hidrelétricas em um único subsistema de uma cascata).
Maior número de variáveis do problema, implicando um maior esforço computacional.	Redução do numero de variáveis e do esforço computacional.

O modelo individual caracteriza-se por ter um maior detalhamento empregando um número mais significativo de variáveis comparando com o modelo de agregação, dificultando a solução do problema na medida em que o sistema se torna cada vez de um maior porte.

Os atributos tratados neste trabalho no tocante à formulação matemática e os cálculos que descrevem o REE foram obtidos do manual de referência do modelo NEWAVE (CEPEL, 2001). A seguir, seguem os atributos que serão considerados neste trabalho.

## 2.2.1 ENERGIA ARMAZENAVEL MÁXIMA

Representa a capacidade de armazenamento de um conjunto de reservatórios de um sistema e é estimada pela energia produzida pelo esvaziamento dos reservatórios considerando como condição inicial o armazenamento máximo. Desta maneira, a energia armazenada é definida como o deplecionamento paralelo dos reservatórios entre os estados inicial (reservatório cheio) e final (reservatório vazios). A energia armazenada em um subsistema é dada pela soma dos produtos dos volumes úteis de cada reservatório pelas suas respectivas produtividades médias, adicionadas as produtividades de todas as usinas a jusantes pelas alturas líquidas médias, devido a que a água que foi utilizada para gerar energia em uma usina percorrerá o resto do rio e será utilizada por todas as usinas hidrelétricas que se encontrarem a jusante. Matematicamente isso é dado por:

$$EAR^{\max} = \frac{1}{2,592} \sum_{i \in R} \left[ V_{util} \sum_{j \in J_i} (\rho_j \cdot H_j^{\text{med}}) \right] \quad (15)$$

$EAR^{\max}$  Energia armazenável máxima (MWmês);

$V_{util}$	Volume útil <sup>1</sup> do reservatório (hm <sup>3</sup> );
$R$	Conjunto de reservatórios do REE;
$i$	Índice de reservatório;
$J$	Conjunto de usinas a jusante do reservatório $i$ ;
$j$	Índice de usinas;
$\rho_j$	Produtibilidade específica da usina (MW/m <sup>3</sup> /s/m);
$H_j^{med}$	Queda líquida media <sup>2</sup> das usinas com reservatório e fio d'água (m);

## 2.2.2 ENERGIA AFLUENTE

A energia afluyente ou energia natural afluyente é aquela que corresponde à energia que se obtém com a vazão afluyente total que chega a uma usina hidrelétrica, entendido como afluência natural. Por outro lado, o cálculo de energia afluyente pode ser realizado como a diferença entre a vazão afluyente à área delimitada para o processo de drenagem da água de uma usina hidrelétrica e um ponto imediatamente a montante dela, afluência incremental. A energia afluyente é considerada no modelo segundo a forma de armazenamento da usina hidrelétrica: energia afluyente controlável ou energia de fio d'água. A primeira caracteriza-se pela acumulação e controle da água, enquanto a outra só pode utilizar a água à medida que esta chega até ela.

### 2.2.2.1 ENERGIA CONTROLÁVEL

A energia controlável pode ser obtida a cada mês a partir da afluência natural a cada reservatório, considerando a produtibilidade específica do reservatório, a sua queda líquida equivalente e também produtibilidades específicas das usinas fio d'água até o próximo reservatório. Matematicamente, isso pode ser dado por:

$$Y_{c_{ik}} = \sum_{i \in R} afl_{iik} \left( \rho_i H_i^{equiv} + \sum_{j \in F_i} (\rho_j H_j^{med}) \right) \quad (16)$$

---

<sup>1</sup> O Volume útil de um reservatório é definido como a diferença entre o volume máximo e mínimo do reservatório.

<sup>2</sup> Diferença entre a altura montante e jusante, tendo em conta que a altura montante deve-se integrar o polinômio que rege essa altura com relação ao volume.

$Yc_{tk}$	Energia controlável no mês $t$ (MWmês);
$F_i$	Conjunto de usinas fio d'água a jusante do reservatório $i$ ;
$f$	Índice de usinas;
$aflu_{it}$	Afluência natural ao reservatório $i$ no mês $t$ (m <sup>3</sup> /s);
$H_i^{\text{equiv}}$	Queda líquida equivalente <sup>3</sup> do reservatório $i$ (m);
$H_j^{\text{med}}$	Queda líquida da usina fio d'água $j$ (m)

### 2.2.3 ENERGIA FIO D'ÁGUA

A energia fio d'água pode ser obtida para cada mês a partir das afluências incrementais às usinas fio d'água, sem a possibilidade de armazenamento, desconsiderando a energia controlável calculada a montante. Matematicamente isso é dado por:

$$Yb_{tk} = \sum_{f \in F} \left[ \left( aflu_{fk} - \sum_{m \in M_f} aflu_{mt} \right) \rho_f H_f \right] \quad (17)$$

$Yb_{tk}$	Energia fio d'água bruta no mês $t$ do (MWmês);
$F$	Conjunto de usinas fio d'água;
$M_f$	Conjunto de reservatório imediatamente a montante da usina $f$ ;
$m$	Índice de reservatório imediatamente a montante da usina a fio d'água $f$ ;
$aflu_{mt}$	Afluência natural ao reservatório $m$ no mês $t$ (m <sup>3</sup> /s);

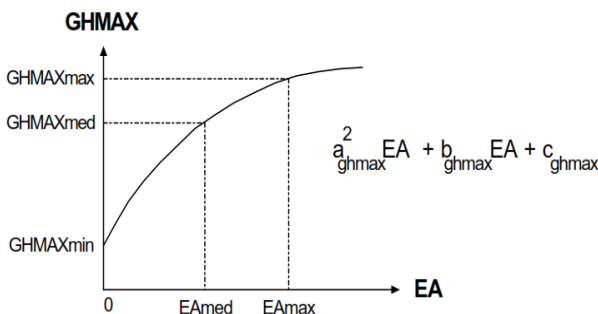
### 2.2.4 GERAÇÃO HIDRÁULICA MÁXIMA

A geração hidráulica máxima refere-se à máxima capacidade de geração que possui um determinado subsistema. Deve-se levar em conta que durante a simulação do processo as usinas hidrelétricas variam seus níveis de armazenamento, implicando que em casos de um excessivo esvaziamento não disponha da suficiente capacidade de geração, o que provocaria a indisponibilidade para o sistema. No Manual de referência NEWAVE (2010) a geração hidráulica máxima é calculada em função

---

<sup>3</sup> Diferença entre a altura de montante e jusante, sendo o volume da montante 65% do volume útil.

do tipo de turbina, da taxa media da indisponibilidade forçada e programada, da potência de cada máquina da usina e da queda nominal da usina. Desse modo para cada mês do horizonte de estudo será calculado três valores de geração hidráulica máxima em função das quedas líquidas, avaliando três estados do reservatório; com volume mínimo, volume equivalente (65% do volume útil) e com volume máximo. A partir desses pontos constrói-se uma parábola, onde se mostra como é afetada a geração hidráulica com as modificações na energia armazenada. Essa parábola pode ser vista na gráfica a seguir.



**Figura 2.5-Parábola da GHMAX.**

**Fonte: Manual técnico NEWAVE, Cepel.**

$$gh^{\max \text{ med}} = \sum_{i \in (R+F)} \left[ (1 - IF_i)(1 - IP_i) \sum_{c=1}^{N_{conj_i}} \left[ Nm_{ic} P_{ic} \min \left[ 1, \left[ \frac{H_i^{eq}}{Hm_{ic}} \right]^{turb_i} \right] \right] \right] \quad (18)$$

$gh^{\max \text{ med}}$  Geração hidráulica máxima (MWmês);

$IF_i$  Indisponibilidade forçada da usina  $i$ ;

$IP_i$  Indisponibilidade programada da usina  $i$ ;

$Hm_{ic}$  Queda nominal de cada máquina do conjunto  $c$  da usina  $i$  (m);

$N_{conj_i}$  Número do conjunto de máquinas da usina  $i$ ;

$P_{ic}$  Potência por máquina da usina  $f$  do conjunto  $c$  (MW);

$H_i^{eq}$  Queda líquida equivalente da usina  $i$ ;

$turb_i$  Toma valor de 1,5 se a turbina é Pelton ou Francis e 1,2 se é Kaplan (CEPEL, 2001);



Para este trabalho a geração hidráulica máxima de um REE será dada por uma aproximação linear da aproximação quadrática mostrada anteriormente. A ideia é usar os pontos de armazenamento mínimo e máximo do sistema e traçar uma reta que passa pelos mesmos.

## 2.3 FORMULAÇÃO DO MODELO DE USINAS HIDRELÉTRICAS INDIVIDUALIZADAS

A formulação do modelo a usinas individualizadas considera que as afluições são conhecidas. Adicionalmente, as não linearidades advindas das funções de produção das UHEs e dos custos de produção das termelétricas são substituídas por funções lineares. Essa é uma prática comum para amenizar o esforço computacional associado com a inclusão das incertezas, conforme detalhado mais adiante.

### 2.3.1 FUNÇÃO OBJETIVO

Como foi mencionado anteriormente, a função objetivo visa minimizar a somatória dos custos de operação das usinas termelétricas mais o custo do déficit. Especificamente para a configuração adotada neste trabalho, tem-se matematicamente que:

$$\text{Min } F = \sum_{t=1}^{12} \left( \sum_{i=1}^8 C_i p_{t_i} + \sum_{j=1}^2 CD_j d_{j_t} \right) \quad (19)$$

- $t$  Índice que corresponde aos estágios de tempo;
- $i$  Índice que representa as usinas termelétricas;
- $j$  Índice que denota o déficit;
- $C_i$  Custo incremental da geração da termelétrica  $i$  (R\$/MWmês);
- $p_{t_i}$  Geração da termelétrica  $i$  no estágio  $t$  (MWmês);
- $CD_j$  Custo do déficit de energia do subsistema  $j$  (R\$/MWmês);
- $d_{j_t}$  Déficit de energia do subsistema  $j$  no estágio  $t$  (MWmês).

Em seguida, são detalhadas as restrições do problema.

### 2.3.2 ATENDIMENTO À DEMANDA

Para respeitar o atendimento à demanda do sistema são somadas as energias despachadas tanto por usinas hidrelétricas quanto termelétricas, déficit e o intercâmbio entre os sistemas vizinhos, tais que estas sejam iguais à demanda de cada subsistema. Isto é realizado para cada estágio do horizonte de estudo, conforme equação abaixo.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^4 pt_{it} + d_{1t} + \sum_{r=1}^5 ph_{rt} - \text{int}_t &= L_{1t} \\ \sum_{i=5}^8 pt_{it} + d_{2t} + \sum_{r=6}^{10} ph_{rt} + \text{int}_t &= L_{2t} \end{aligned} \quad (20)$$

- $L_{jt}$  Demanda de energia do Subsistema  $j$  no estágio  $t$  (MWmês);  
 $r$  Índice que representa as usinas hidrelétricas;  
 $\text{int}_t$  Intercâmbio entre subsistemas no estágio  $t$  (MWmês);  
 $ph_{rt}$  Potência hidrelétrica gerada pela usina  $r$  no estágio  $t$  (MWmês).

### 2.3.3 RESTRIÇÃO DE CONSERVAÇÃO DA MASSA DA ÁGUA

O conjunto de usinas hidrelétricas alocadas espacialmente dentro do mesmo curso de água deve atender ao princípio de conservação da massa da água, isto é, o volume de água que aflui de um reservatório deve ser igual à soma dos volumes, evaporado, infiltrado, deplecionado e resultante da variação no reservatório durante o estágio, descartando efeitos da evaporação e da infiltração, assim como foi visto na equação (1).

### 2.3.4 FUNÇÃO DE PRODUÇÃO DAS USINAS HIDRELÉTRICAS

Estas restrições determinam os limites operacionais de geração para cada usina hidrelétrica. Conforme citado, neste trabalho tem-se para cada usina hidrelétrica duas restrições de desigualdade em função do volume armazenado e a vazão turbinada.

$$ph_{rt}^p - \beta_{rt}^p \cdot q_{rt} - \gamma_{rt}^p \cdot v_{rt} \leq \xi_r^p \quad (21)$$

- $p$  Índice associado ao número de funções lineares tal que  $p=1,2$ ;  
 $\beta, \gamma$  e  $\xi$  Escalares associadas às funções lineares.

Vale lembrar que para as usinas fio d'água, (22) não depende do volume armazenado.

### 2.3.5 LIMITES DE VOLUME ARMAZENADO, VAZÃO VERTIDA E TURBINADA.

Estas restrições determinam limites operacionais do volume armazenado e da vazão vertida em cada reservatório.

$$\begin{aligned} V_r^{\min} &\leq v_{rt} \leq V_r^{\max} \\ s_{rt} &\geq 0 \\ q_{rt} &\leq Q_r^{\max} \end{aligned} \tag{22}$$

- $V_r^{\min}$  Volume mínimo da usina hidrelétrica  $r$  ( $\text{m}^3/\text{s}$ );  
 $V_r^{\max}$  Volume máximo da usina hidrelétrica  $r$  ( $\text{m}^3/\text{s}$ );  
 $Q_r^{\max}$  Máxima vazão da usina hidrelétrica  $r$  ( $\text{m}^3/\text{s}$ );

### 2.3.6 VOLUME INICIAL E VOLUME META

Os reservatórios iniciam com capacidades representadas por meio de uma porcentagem do volume útil de cada usina hidrelétrica. Utilizou-se um volume meta que estabelece um valor mínimo para o volume armazenado de cada usina hidrelétrica para o ultimo horizonte de estudo, pretendendo-se com isto que os reservatórios não sejam esvaziados totalmente no final do horizonte de planejamento.

$$v_{r,T+1} \geq (1-P)V_r^{\min} + PV_r^{\max} \tag{23}$$

- $P$  Constante que define o valor mínimo dos volumes dos reservatórios no final do horizonte de planejamento.

## 2.4 FORMULAÇÃO DO MODELO DE RESERVATÓRIOS EQUIVALENTES DE ENERGIA

Com base na descrição feita anteriormente sobre cada uma das características do reservatório equivalente de energia, na sequência é apresentado o modelo de otimização associado a este tipo de modelagem.

### 2.4.1 FUNÇÃO OBJETIVO

De forma similar ao modelo individualizado, a função objetivo do modelo a REE pretende minimizar a somatória dos custos de operação das usinas termelétricas convencionais e o déficit.

$$\text{Min } F = \min \sum_{j=1}^{UTE=8} (CT_j ute_{jt}) + \sum_{k=1}^{D=2} (CD_k d_{kt}) \quad (24)$$

A solução do problema do modelo agregado deve, para cada estágio do horizonte de estudo, atender as equações de atendimento a demanda, restrição de balanço energético e outras restrições operativas, conforme detalhado a seguir.

### 2.4.2 ATENDIMENTO À DEMANDA

Já para o caso de atendimento à demanda de sistemas agregados, além da geração hidráulica que somada com a geração termelétrica junto com o intercambio entre subsistemas e o déficit iguala-se à carga, aparece um novo parâmetro que deve ser incluído nesta restrição: a energia fio d'água. Matematicamente, a parcela de energia fio d'água deve ser descontada da demanda, conforme mostra as seguintes restrições:

$$\begin{aligned} egh_{1t} + \sum_{j=1}^{UTE=4} ute_{jt} - \text{int}_t + d_{1t} &= L_{1t} - Yf_{1t} \\ egh_{2t} + \sum_{j=5}^{UTE=8} ute_{jt} + \text{int}_t + d_{2t} &= L_{2t} - Yf_{2t} \end{aligned} \quad (25)$$

$egh_{kt}$       Geração hidráulica gerada no Subsistema  $k$  e estágio  $t$

$Yf_{kt}$  (MWmês);  
Energia fio d'água do subsistema  $k$  no estágio de tempo  $t$  (MWmês).

### 2.4.3 BALANÇO ENERGÉTICO

Aplicando-se a equação da continuidade ao reservatório equivalente pode-se calcular o balanço hidroenergético para cada subsistema dado um intervalo de tempo, temos que:

$$\begin{aligned} ear_{1,t+1} + egh_{1t} + ev_{1t} &= EAR_{1t} + Yc_{1t} \\ ear_{2,t+1} + egh_{2t} + ev_{2t} &= EAR_{2t} + Yc_{2t} \end{aligned} \quad (26)$$

$Yc_{kt}$  Energia Controlável do subsistema  $k$  no estágio de tempo  $t$  (MWmês);  
 $ev_{kt}$  Energia vertida do subsistema  $k$  no estágio de tempo  $t$ ;  
 $ear_{kt}$  Energia armazenada pelo subsistema  $k$  no estágio  $t$  (MWmês);  
 $ear_{k,t+1}$  Energia armazenada pelo subsistema  $k$  no estágio  $t+1$  (MWmês).

A energia armazenável no estágio  $t+1$  depende da energia armazenada no início do estagio  $t$ , da energia controlável, da geração hidráulica e da energia vertida no estágio  $t$ . Esta energia media ocorre quando a energia armazenável de um subsistema alcança seu valor máximo, portanto esse excedente de energia que não pode ser armazenado passa a ser vertido.

### 2.4.4 LIMITES DE ENERGIA ARMAZENADA, GERAÇÃO TÉRMICA E HIDRÁULICA.

$$\begin{aligned} ute_{jt} &\leq UTE_{jt}^{\max} \\ ear_{k,t+1} &\leq EAR_{k,t+1}^{\max} \\ egh_{k,t} &\leq (BFGH_{1k} EAR_t + BFGH_{0k}) \end{aligned} \quad (27)$$

$UTE_{jt}^{\max}$

Geração térmica máxima da térmica  $j$  no estágio de tempo  $t$ ;

$EAR_{k,t+1}^{\max}$ 

Energia armazenada máxima pelo subsistema  $k$  no estágio  $t$  (MWmês);

 $BFGH_{1k}, BFGH_{0k}$ 

Escalares extraídas da reta que se aproximam a curva de geração hidráulica máxima para cada subsistema.

A geração hidráulica máxima se modifica em função da energia armazenada dos reservatórios, levando em conta que a equação da reta conforme mostrado em (27).



### 3 CONFIGURAÇÃO HIDROTÉRMICA

A finalidade deste capítulo é apresentar as principais características da configuração hidrotérmica fictícia. Essa configuração é baseada em dados de algumas usinas hidrelétricas e termelétricas do SIN.

#### 3.1 CONFIGURAÇÃO HIDROTÉRMICA DO SISTEMA FICTÍCIO

O problema de planejamento de médio prazo de interesse deste trabalho consiste em uma versão simplificada do SEB, com fins de estudos didático-pedagógicos. Assim, os dados da configuração hidrotérmica foram importados do DECK de informações do modelo NEWAVE. Inicialmente será apresentada a configuração hidrotérmica que representa as usinas hidrelétricas de forma individualizada, mostrando os principais atributos de cada uma delas.

A configuração hidrotérmica usada é composta por 10 usinas hidrelétricas e oito termelétricas que são utilizadas para atender duas demandas de energia constantes ao longo do horizonte de estudo e interconectadas por uma linha de transmissão. Por sua vez, o déficit de energia para cada mês e cada região é representado por uma termelétrica fictícia.

Dessa forma, a configuração hidrotérmica correspondente possui dois subsistemas, em que é usada uma única linha de transmissão que interligará esses dois subsistemas com limites de intercâmbios bilaterais. No primeiro subsistema, denominado como Subsistema A, possui algumas usinas da bacia do rio Uruguai, enquanto o outro subsistema, denominado de Subsistema B, dispõe de usinas hidrelétricas localizadas na bacia do rio Iguaçu. Cada subsistema possui cinco usinas hidrelétricas, quatro termelétricas, uma usina termelétrica fictícia que representa o déficit e uma demanda. Na Tabela 3.1 e na

Tabela 3.2 são detalhadas as características mencionadas de cada subsistema.

**Tabela 3.1-Geração Termelétrica por Subsistema (MWmês).**

Subsistema	Total de Usinas	Geração máxima [MWmês]
A	4	1.678
B	4	1.327

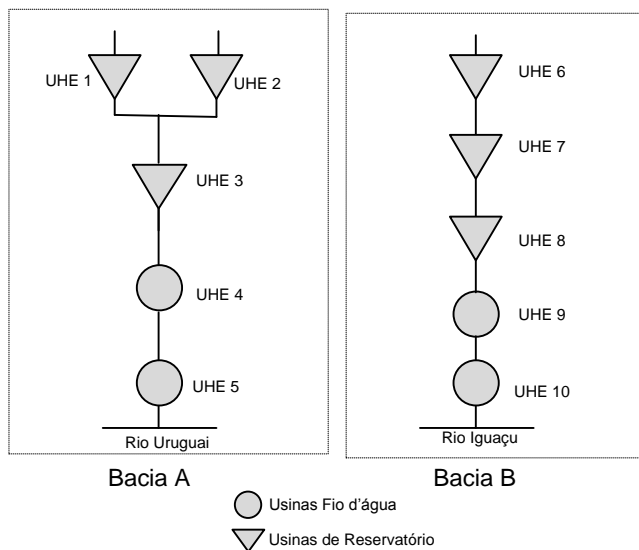


<b>Total</b>	<b>8</b>	<b>3.005</b>
--------------	----------	--------------

**Tabela 3.2 - Geração Hidrelétrica por Subsistema (MWmês).**

<b>Subsistema</b>	<b>Total de Usinas</b>	<b>Geração máxima [MWmês]</b>
A	5	4.792
B	5	7.735
Total	10	12.527

Pode-se notar que a maior capacidade pertence ao Subsistema B, correspondente à bacia do rio Iguaçu, no qual o aporte hídrico é em torno dos 62% da configuração hidrotérmica teste. No tocante a configuração hidráulica das duas bacias, a mesma pode ser vista na Figura 3.1.



**Figura 3.1- Sistema hidrelétrico Fictício.**

Os principais dados operativos das usinas são apresentados por subsistema na Tabela 3.3.

Tabela 3.3-Dados das Hidrelétricas do Subsistema A.

Usina	Unidades	Vazão Turbinada máxima. Unidade [m³/s]	Vazão Turbinada Máx. usina [m³/s]	Vol. Min. [hm³]	Vol. Máx. [hm³]	Potência Máxima [MW]
Campos Novos [UHE1]	3	139	417	1320	1477	659
Barra Grande [UHE2]	3	172	516	2950	4904	691
Machadinho [UHE3]	3	437	1311	2283	3340	1139
Itá [UHE4]	5	318	1590	5100	5100	1448
Foz do Chapecó [UHE5]	4	465	1860	1513	1513	855

Por sua vez, os principais dados das usinas hidrelétricas que pertencem ao Subsistema B são apresentados na Tabela 3.4.

Tabela 3.4-Dados das Hidrelétricas do Subsistema B.

Usina	Unidades	Vazão Turbinada máxima. Unidade [m³/s]	Vazão Turbinada Máx. usina [m³/s]	Vol. Min. [hm³]	Vol. Máx. [hm³]	Potência Máxima [MW]
Foz Do Areia [UHE6]	4	344	1376	1974	5779	1676
Segredo [UHE7]	4	317	1268	2562	2950	1259
Salto Santiago [UHE8]	4	394	1576	2662	6775	1419
Salto Osório [UHE9]	6	298	1788	1124	1124	1080
Gov. José Richa [UHE10]	4	525	2100	3573	3573	1240

Dados referentes às cotas de montante e de jusante são apresentados nas tabelas a seguir.

**Tabela 3.5-Coefficientes das Funções Cota Jusante.**

Usina	b <sub>0</sub>	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>4</sub>
UHE1	4,70E+02	1,01E-02	-5,59E-06	1,73E-09	-2,01E-13
UHE2	4,80E+02	1,62E-03	-4,52E-08	0,00E+00	0,00E+00
UHE3	3,72E+02	1,93E-03	-8,53E-08	2,38E-12	-2,62E-17
UHE4	2,61E+02	3,01E-03	-5,64E-07	6,79E-11	-3,03E-15
UHE5	2,11E+02	1,42E-03	-1,09E-07	5,87E-12	-1,14E-16
UHE6	6,02E+02	1,11E-03	4,21E-07	-8,31E-11	4,76E-15
UHE7	4,90E+02	6,08E-05	2,92E-07	-2,32E-11	4,56E-16
UHE8	3,94E+02	2,11E-03	-7,92E-08	2,35E-12	-2,71E-17
UHE9	3,22E+02	2,28E-03	-1,40E-07	3,84E-12	-5,36E-17
UHE10	2,58E+02	6,21E-04	-1,72E-08	2,28E-13	1,22E-20

**Tabela 3.6-Coefficientes das Funções Cota Montante.**

Usina	a <sub>0</sub>	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>
UHE1	2,43E+02	1,07E+00	-1,10E-03	5,21E-07	-9,24E-11
UHE2	5,40E+02	4,46E-02	-8,15E-06	9,32E-10	-4,39E-14
UHE3	4,01E+02	5,01E-02	-1,57E-05	3,30E-09	-2,88E-13
UHE4	3,70E+02	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
UHE5	2,32E+02	4,83E-02	-3,43E-05	1,48E-08	-2,40E-12
UHE6	6,51E+02	3,50E-02	-6,50E-06	7,78E-10	-3,95E-14
UHE7	5,53E+02	2,47E-02	-2,10E-06	0,00E+00	0,00E+00
UHE8	4,48E+02	1,82E-02	-2,87E-06	3,00E-10	-1,27E-14
UHE9	3,97E+02	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
UHE10	3,25E+02	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00

**Tabela 3.7-Prod. Específica, Perda hidráulica e Queda Líquida Nominal de Cada UHE.**

Usina	Prod. Específica [MW/m <sup>3</sup> /s/m]	Perda Hidráulica [m]	Queda Líquida Nominal [m]
UHE1	8,93E-03	1,04E-04	177
UHE2	9,03E-03	1,12E-04	149
UHE3	8,93E-03	5,60E-06	97
UHE4	8,93E-03	1,97E-05	102
UHE5	9,12E-03	4,62E-06	50
UHE6	9,03E-03	1,49E-05	135
UHE7	9,03E-03	1,89E-05	110
UHE8	8,83E-03	1,08E-05	102
UHE9	8,83E-03	1,62E-05	98
UHE10	9,03E-03	7,13E-06	65

Os dados anteriormente apresentados referentes às usinas hidrelétricas são relevantes para a modelagem da função de produção que será apresentado no próximo capítulo.

Continuando com os dados dos elementos que compõem sistema hidrotérmico, os dados referentes às usinas termelétricas são apresentados na Tabela 3.8. Cada usina é definida pela sua potência máxima e pelo custo incremental da operação. Os atributos de cada usina termelétrica, denotado como UTE, são apresentados na tabela a seguir.

**Tabela 3.8- Usinas Termelétricas para Cada Subsistema.**

Subsistema A	Geração Máxima (MWmês)	Custo Incremental (R\$/MWmês)
UTE 1	20	248
UTE 2	161	542
UTE 3	640	141
UTE 4	857	185
D1	$\infty$	1.000

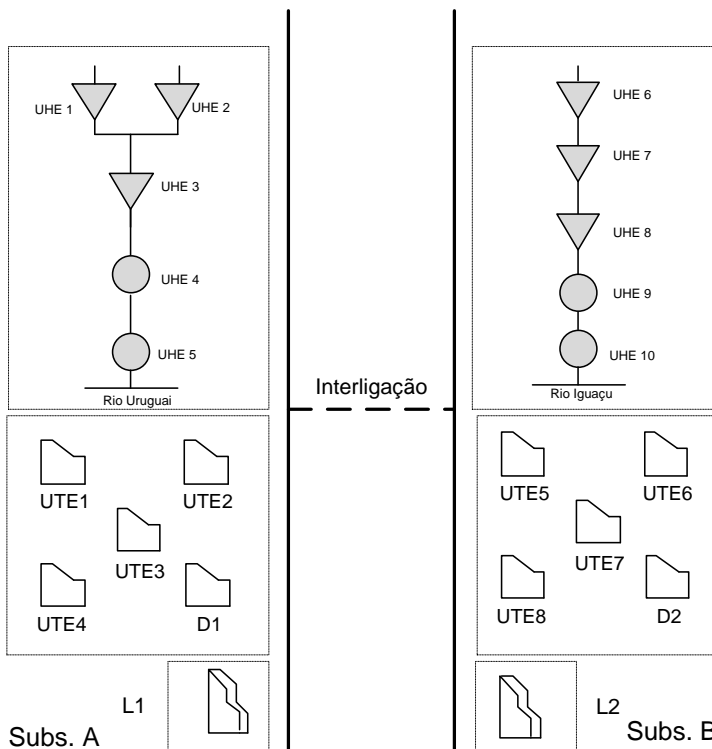
Subsistema B	Geração Máxima (MWmês)	Custo Incremental (R\$/MWmês)
UTE 5	485	219
UTE 6	206	198
UTE 7	386	107
UTE 8	250	208
D2	$\infty$	1000

A Tabela 3.9 apresenta um resumo da capacidade de geração instalada por subsistema.

**Tabela 3.9-Capacidade Instalada do Sistema Hidrotérmico.**

Subsistema	Capacidade Térmica (MWmês)	Capacidade Hídrica (MW)	Capacidade Total (MW)
A	1678	4792	6470
B	1327	6944	8271

No tocante a conexão entre os subsistemas, a Figura 3.2 ilustra a interligação elétrica entre os mesmos.



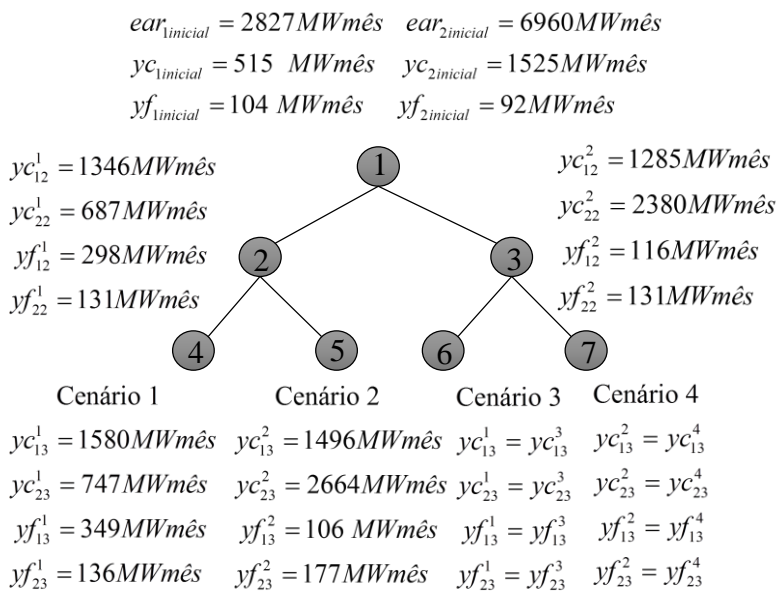
**Figura 3.2-Sistema Hidrotérmico Fictício com Demandas L1 e L2.**

O sistema hidrotérmico fictício composto por dois subsistemas possui uma interligação entre eles. Os limites dessa interligação serão definidos pelo usuário que interaja com o módulo computacional, de modo que, o limite do fluxo energético entre subsistemas será um dado inicial inserido pelo usuário, visando estudar o comportamento do sistema alterando a capacidade de transporte da linha de transmissão. Essa característica da interface gráfica será apresentada no Capítulo 6 do presente trabalho.



## 4 METODOLOGIAS DE SOLUÇÃO

Conforme é sabido, em alguns casos um modelo linear de otimização estocástica (que no caso de interesse deste trabalho também é linear) pode ser formulado por um único problema de Programação Linear (PL). Contudo, este PL pode possuir uma dimensão muito elevada a qual, em consequência, torna a solução um desafio para os pacotes computacionais comerciais, mesmo levando-se em conta o poder dos recursos computacionais disponíveis na atualidade. Assim, é importante dispor de alternativas ao modelo de PL único (conhecido na literatura como Equivalente Determinístico - ED) que tornem a solução de um problema de otimização estocástica uma tarefa menos complicada. Nesse sentido, no caso do problema deste trabalho, o PL tem uma estrutura especial que é adequada para ser resolvida por meio de técnicas de decomposição. Estas técnicas podem incluir, por exemplo, variações da decomposição de Benders (BENDERS, 1962), Relaxação Lagrangeana e Lagrangeano Aumentado (DEMPSTER, 1988) e o conceito de variável splitting (CARPENTER, 1991). Dado que este trabalho tem natureza pedagógica, não é objetivo descrever exaustivamente as metodologias de solução disponíveis na literatura. Portanto, será focada inicialmente a metodologia da Decomposição Aninhada (DA), a qual é base para a compreensão das metodologias de solução empregadas nos problemas de planejamento da operação energética de médio e curto prazo do SEB. Para ilustrar melhor a aplicação da DA, será feito um exemplo numérico simples com base na representação a REE. Adicionalmente, será considerado que o horizonte de planejamento possui três meses e ainda uma árvore de cenários de energias naturais afluentes, conforme ilustra a Figura 4.1.



**Figura 4.1 - Árvore de cenários para o problema de três meses REE.**

Na figura acima, pode-se notar que existem quatro cenários de energias naturais afluentes as quais, conforme visto anteriormente, são divididas em controlável e energia fio d'água. Na Figura 4.1 ainda é possível observar os valores de energia armazenada inicial dos REEs. Todos os demais dados para as análises apresentadas na sequência são idênticos àqueles detalhados nos capítulos anteriores.

De posse da árvore de cenários, agora é possível apresentar o modelo do ED que calcula o mínimo custo esperado de operação ao longo dos três meses de planejamento. Na literatura existem diferentes maneiras de modelar um problema do ED as quais, em grande parte, são concebidas para adequarem-se melhor de acordo com uma determinada técnica de solução. Ao leitor é sugerida a Referência (BIRGE, 1997) para uma descrição detalhada das diferentes modelagens. No presente trabalho é apresentada somente a modelagem em sua forma extensa, conforme mostrado na formulação abaixo.



$$\begin{aligned}
F = & \text{Min} \left[ \left( \sum_{f=1}^4 (C_f ute_{f1} + CDd_{11}) + \sum_{f=5}^8 (C_f ute_{f1} + CDd_{21}) \right) \right. \\
& + \frac{1}{2} \sum_{s=1}^2 \left( \sum_{f=1}^4 (C_f ute_{f2}^s + CDd_{12}^s) \right) + \frac{1}{2} \sum_{s=1}^2 \left( \sum_{f=5}^8 (C_f ute_{f2}^s + CDd_{22}^s) \right) \\
& \left. + \frac{1}{4} \sum_{s=1}^4 \left( \sum_{f=1}^4 (C_f ute_{f2}^s + CDd_{13}^s) \right) + \frac{1}{4} \sum_{s=1}^4 \left( \sum_{f=5}^8 (C_f ute_{f2}^s + CDd_{23}^s) \right) \right] \quad (28)
\end{aligned}$$

s.a:

Balanco energético:

$$\begin{aligned}
ear_{j1}^1 + egh_{j1}^1 + ev_{j1}^1 &= EAR_{j0}^1 + Yc_{j1}^1 \\
ear_{j2}^1 + egh_{j2}^1 + ev_{j2}^1 - ear_{j1}^1 &= Yc_{j2}^1 \\
ear_{j2}^2 + egh_{j2}^2 + ev_{j2}^2 - ear_{j1}^1 &= Yc_{j2}^2 \\
ear_{j3}^1 + egh_{j3}^1 + ev_{j3}^1 - ear_{j2}^1 &= Yc_{j3}^1 \\
ear_{j3}^2 + egh_{j3}^2 + ev_{j3}^2 - ear_{j2}^1 &= Yc_{j3}^2 \\
ear_{j3}^3 + egh_{j3}^3 + ev_{j3}^3 - ear_{j2}^2 &= Yc_{j3}^3 \\
ear_{j3}^4 + egh_{j3}^4 + ev_{j3}^4 - ear_{j2}^2 &= Yc_{j3}^4
\end{aligned} \quad (29)$$

Atendimento à demanda:

$$\begin{aligned}
egh_{11}^1 + \sum_{f=1}^4 ute_{f1}^1 - int_1^1 + d_{11}^1 &= L_{11} - Yf_{11}^1 \\
egh_{21}^1 + \sum_{f=5}^8 ute_{f1}^1 + int_1^1 + d_{21}^1 &= L_{21} - Yf_{21}^1 \\
egh_{12}^1 + \sum_{f=1}^4 ute_{f2}^1 - int_2^1 + d_{12}^1 &= L_{12} - Yf_{12}^1 \\
egh_{22}^1 + \sum_{f=5}^8 ute_{f2}^1 + int_2^1 + d_{22}^1 &= L_{22} - Yf_{22}^1 \\
egh_{12}^2 + \sum_{f=1}^4 ute_{f2}^2 - int_2^2 + d_{12}^2 &= L_{12} - Yf_{12}^2 \\
egh_{22}^2 + \sum_{f=5}^8 ute_{f2}^2 + int_2^2 + d_{22}^2 &= L_{22} - Yf_{22}^2
\end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned}
egh_{13}^1 + \sum_{f=1}^4 ute_{f3}^1 - \text{int}_3^1 + d_{13}^1 &= L_{13} - Yf_{13}^1 \\
egh_{23}^1 + \sum_{f=5}^8 ute_{f3}^1 + \text{int}_3^1 + d_{23}^1 &= L_{23} - Yf_{23}^1 \\
egh_{13}^2 + \sum_{f=1}^4 ute_{f3}^2 - \text{int}_3^2 + d_{13}^2 &= L_{13} - Yf_{13}^2 \\
egh_{23}^2 + \sum_{f=5}^8 ute_{f3}^2 + \text{int}_3^2 + d_{23}^2 &= L_{23} - Yf_{23}^2 \\
egh_{13}^3 + \sum_{f=1}^4 ute_{f3}^3 - \text{int}_3^3 + d_{13}^3 &= L_{13} - Yf_{13}^3 \\
egh_{23}^3 + \sum_{f=5}^8 ute_{f3}^3 + \text{int}_3^3 + d_{23}^3 &= L_{23} - Yf_{23}^3 \\
egh_{13}^4 + \sum_{f=1}^4 ute_{f3}^4 - \text{int}_3^4 + d_{13}^4 &= L_{13} - Yf_{13}^4 \\
egh_{23}^4 + \sum_{f=5}^8 ute_{f3}^4 + \text{int}_3^4 + d_{23}^4 &= L_{23} - Yf_{23}^4
\end{aligned}$$

Limites:

$$\begin{aligned}
egh_{jt}^s - BFGH1_j \cdot ear_{j,t-1}^s &\leq BFGH0_j \\
ute_{jt}^s &\leq UTE_f^{\max} \\
ear_{jt}^s &\leq EAR_j^{\max} \\
ear_{jt}^s &= (1-k) \cdot EAR_j^{\min} + k \cdot EAR_j^{\max}
\end{aligned} \tag{31}$$

Os nós a percorrer na árvore de cenário estão definidos por um superíndice  $s$  que define o cenário e os subíndices  $t$  e  $j$  que estão associados ao estágio de tempo no qual se encontra o nó e o subsistema hidrotérmico (dois subsistemas hidrotérmicos) respectivamente.

É possível notar anteriormente que, exceto as variáveis que representam as energias armazenadas, todas as demais estão presentes apenas nas restrições associadas com um determinado nó da árvore. A maneira pela qual a DA opera na solução do problema de PL (28) – (31) é ilustrada a partir de agora. Em termos gerais, o problema original é resolvido por meio da decomposição em uma série de subproblemas menores. Cada subproblema refere-se a um nó específico da árvore. Na DA

inicialmente deve-se realizar uma primeira recursão progressiva, i.e., resolve-se o problema referente ao nó 1 isoladamente, depois os problemas dos nós 2 e 3, e por fim os problemas referentes aos nós do último estágio. Mais precisamente, a decomposição é iniciada pela resolução do problema referente ao nó 1, o que matematicamente corresponde ao equacionamento (32). A solução encontra-se em destaque na parte final deste mesmo equacionamento.

$$F_1^l = \text{Min} \left( \sum_{f=1}^4 (C_f \text{ute}_{f1} + CDd_{11}) + \sum_{f=5}^8 (C_f \text{ute}_{f1} + CDd_{21}) \right) + w_1^l \quad (32)$$

s.a:

$$\text{ear}_{11}^l + \text{egh}_{11}^l + \text{ev}_{11}^l = 2827 + 515$$

$$\text{ear}_{21}^l + \text{egh}_{21}^l + \text{ev}_{21}^l = 6960 + 1525$$

$$\text{egh}_{11}^l + \sum_{f=1}^4 \text{ute}_{f1}^l - \text{int}_1^l + d_{11}^l = 3000 - 104$$

$$\text{egh}_{21}^l + \sum_{f=5}^8 \text{ute}_{f1}^l + \text{int}_1^l + d_{21}^l = 2000 - 92$$

$$\text{egh}_{11}^l \leq 13.166,0 + 0,5564 \cdot 2827$$

$$\text{egh}_{21}^l \leq 11.895,0 + 1,0244 \cdot 6960$$

$$\text{ute}_{11}^l \leq 20, \text{ute}_{21}^l \leq 161, \text{ute}_{31}^l \leq 640, \text{ute}_{41}^l \leq 857$$

$$\text{ute}_{51}^l \leq 485, \text{ute}_{61}^l \leq 206, \text{ute}_{71}^l \leq 386, \text{ute}_{81}^l \leq 250$$

$$\text{ear}_{11}^l \leq 4038,80, \text{ear}_{21}^l \leq 9.943,70$$

$$\text{ear}_{11}^l = 0 \text{ MWmês}, \text{ear}_{21}^l = 7.026 \text{ MWmês}$$

Note que somente existem restrições e variáveis referentes ao nó 1. Adicionalmente pode-se observar que foi incluída uma variável na função objetivo,  $w_1^l$ , a qual irá servir para coordenar a decomposição empregada na DA. No presente problema,  $w_1^l$  representa o custo futuro esperado do problema no primeiro estágio, i.e., o gasto geração termelétrica e déficit esperado para os estágios dois e três. Note-se que após a solução do problema do primeiro estágio os valores de  $\text{ear}_{11}^l$  e  $\text{ear}_{21}^l$  são considerados como dados de entrada para os problemas do segundo estágio. Assim, o próximo passo corresponde a resolver os

subproblemas referentes aos nós 2 e 3, cujas formulações são, respectivamente:

$$F_2^1 = \text{Min} \left( \sum_{f=1}^4 (C_f ute_{f1} + CDd_{11}) + \sum_{f=5}^8 (C_f ute_{f1} + CDd_{21}) \right) + w_2^1 \quad (33)$$

s.a:

$$ear_{12}^1 + egh_{12}^1 + ev_{12}^1 = 0 + 1346$$

$$ear_{22}^1 + egh_{22}^1 + ev_{22}^1 = 7026 + 686$$

$$egh_{12}^1 + \sum_{f=1}^4 ute_{f2}^1 - int_2^1 + d_{12}^1 = 3000 - 298$$

$$egh_{22}^1 + \sum_{f=5}^8 ute_{f2}^1 + int_2^1 + d_{22}^1 = 2000 - 131$$

$$egh_{12}^1 \leq 13166 + 0,5564 \cdot 0$$

$$egh_{22}^1 \leq 11895 + 1,0244 \cdot 7026$$

$$ute_{12}^1 \leq 20, ute_{22}^1 \leq 161, ute_{32}^1 \leq 640, ute_{42}^1 \leq 857$$

$$ute_{52}^1 \leq 485, ute_{62}^1 \leq 206, ute_{72}^1 \leq 386, ute_{82}^1 \leq 250$$

$$ear_{12}^1 \leq 4038,8, ear_{22}^1 \leq 9943,7$$

$$ear_{12}^1 = 0 \text{ MWmês}, ear_{22}^1 = 5.244 \text{ MWmês}$$

$$ute_{32}^1 = 640, ute_{42}^1 = 116$$

$$F_2^2 = \text{Min} \left( \sum_{f=1}^4 (C_f ute_{f1} + CDd_{11}) + \sum_{f=5}^8 (C_f ute_{f1} + CDd_{21}) \right) + w_2^2 \quad (34)$$

s.a:

$$ear_{12}^2 + egh_{12}^2 + ev_{12}^2 = 0 + 1286$$

$$ear_{22}^2 + egh_{22}^2 + ev_{22}^2 = 7026 + 2380$$

$$egh_{12}^2 + \sum_{f=1}^4 ute_{f2}^2 - int_2^2 + d_{12}^2 = 3000 - 116$$

$$egh_{22}^2 + \sum_{f=5}^8 ute_{f2}^2 + int_2^2 + d_{22}^2 = 2000 - 164$$

$$egh_{12}^2 \leq 13166 + 0,5564 \cdot 0$$

$$egh_{22}^2 \leq 11895 + 1,0244 \cdot 7026$$

$$\begin{aligned}
ute_{12}^2 &\leq 20, ute_{22}^2 \leq 161, ute_{32}^2 \leq 640, ute_{42}^2 \leq 857 \\
ute_{52}^2 &\leq 485, ute_{62}^2 \leq 206, ute_{72}^2 \leq 386, ute_{82}^2 \leq 250 \\
ear_{12}^2 &\leq 4038.8, ear_{22}^2 \leq 9943.7 \\
ear_{12}^2 &= 0 \text{ MWmês}, ear_{22}^2 = 6.970 \text{ MWmês} \\
ute_{32}^2 &= 640, ute_{42}^2 = 358
\end{aligned}$$

Para finalizar a primeira recursão progressiva é necessário resolver os problemas referentes aos últimos quatro nós da árvore. Para os nós 4 e 5 tem-se  $ear_{12}^1$  e  $ear_{22}^1$  como um dado de entrada e para os nós 6 e 7 tem-se como conhecido os valores de  $ear_{12}^2$  e  $ear_{22}^2$ . Os quatro PLs, junto com as respectivas soluções, são apresentados na sequência.

$$F_3^1 = \text{Min} \left( \sum_{f=1}^4 (C_f ute_{f1} + CDd_{11}) + \sum_{f=5}^8 (C_f ute_{f1} + CDd_{21}) \right) \quad (35)$$

s.a:

$$\begin{aligned}
ear_{13}^1 + egh_{13}^1 + ev_{13}^1 &= 0 + 1580 \\
ear_{23}^1 + egh_{23}^1 + ev_{23}^1 &= 5244 + 747 \\
egh_{13}^1 + \sum_{f=1}^4 ute_{f2}^1 - int_3^1 + d_{13}^1 &= 3000 - 349 \\
egh_{23}^1 + \sum_{f=5}^8 ute_{f3}^1 + int_3^1 + d_{23}^1 &= 2000 - 136 \\
egh_{13}^1 &\leq 13166 + 0.5564 \cdot 0 \\
egh_{23}^1 &\leq 11895 + 1.0244 \cdot 5244 \\
ute_{13}^1 &\leq 20, ute_{23}^1 \leq 161, ute_{33}^1 \leq 640, ute_{43}^1 \leq 857 \\
ute_{53}^1 &\leq 485, ute_{63}^1 \leq 206, ute_{73}^1 \leq 386, ute_{83}^1 \leq 250 \\
ear_{13}^1 &\leq 4038.8, ear_{23}^1 \leq 9943.7 \\
ear_{13}^1 &= 0 \text{ MWmês}, ear_{23}^1 = 3526 \text{ MWmês} \\
ute_{33}^1 &= 472
\end{aligned}$$

Para o nó 5.

$$F_3^2 = \text{Min} \left( \sum_{f=1}^4 (C_f ute_{f1} + CDd_{11}) + \sum_{f=5}^8 (C_f ute_{f1} + CDd_{21}) \right) \quad (36)$$

s.a:

$$ear_{13}^2 + egh_{13}^2 + ev_{13}^2 = 0 + 1496$$

$$ear_{23}^2 + egh_{23}^2 + ev_{23}^2 = 5244 + 2664$$

$$egh_{13}^2 + \sum_{f=1}^4 ute_{f2}^2 - int_3^2 + d_{13}^2 = 3000 - 106$$

$$egh_{23}^2 + \sum_{f=5}^8 ute_{f3}^2 + int_3^2 + d_{23}^2 = 2000 - 177$$

$$egh_{13}^2 \leq 13166 + 0.5564 \cdot 0$$

$$egh_{23}^2 \leq 11895 + 1.0244 \cdot 5244$$

$$ute_{13}^2 \leq 20, ute_{23}^2 \leq 161, ute_{33}^2 \leq 640, ute_{43}^2 \leq 857$$

$$ute_{53}^2 \leq 485, ute_{63}^2 \leq 206, ute_{73}^2 \leq 386, ute_{83}^2 \leq 250$$

$$ear_{13}^2 \leq 4038.8, ear_{23}^2 \leq 9943.7$$

$$ear_{13}^2 = 0 \text{ MWmês}, ear_{23}^2 = 5485 \text{ MWmês}$$

$$ute_{33}^2 = 640, ute_{43}^2 = 157$$

Para o nó 6.

$$F_3^3 = \text{Min} \left( \sum_{f=1}^4 (C_f ute_{f1} + CDd_{11}) + \sum_{f=5}^8 (C_f ute_{f1} + CDd_{21}) \right) \quad (37)$$

s.a:

$$ear_{13}^3 + egh_{13}^3 + ev_{13}^3 = 0 + 1579$$

$$ear_{23}^3 + egh_{23}^3 + ev_{23}^3 = 6970 + 746$$

$$egh_{13}^3 + \sum_{f=1}^4 ute_{f2}^3 - int_3^3 + d_{13}^3 = 3000 - 349$$

$$egh_{23}^3 + \sum_{f=5}^8 ute_{f3}^3 + int_3^3 + d_{23}^3 = 2000 - 136$$

$$egh_{13}^3 \leq 13166 + 0.5564 \cdot 0$$

$$egh_{23}^3 \leq 11895 + 1.0244 \cdot 6970$$

$$ute_{13}^3 \leq 20, ute_{23}^3 \leq 161, ute_{33}^3 \leq 640, ute_{43}^3 \leq 857$$

$$ute_{53}^3 \leq 485, ute_{63}^3 \leq 206, ute_{73}^3 \leq 386, ute_{83}^3 \leq 250$$

$$ear_{13}^3 \leq 4038.8, ear_{23}^3 \leq 9943.7$$

$$ear_{13}^3 = 0 \text{ MWmês}, ear_{23}^3 = 5253 \text{ MWmês}$$

$$ute_{33}^3 = 471$$

Para o nó 7.

$$F_3^4 = \text{Min} \left( \sum_{f=1}^4 (C_f ute_{f1} + CDd_{11}) + \sum_{f=5}^8 (C_f ute_{f1} + CDd_{21}) \right) \quad (38)$$

s.a:

$$ear_{13}^4 + egh_{13}^4 + ev_{13}^4 = 0 + 1496$$

$$ear_{23}^4 + egh_{23}^4 + ev_{23}^4 = 6970 + 2664$$

$$egh_{13}^4 + \sum_{f=1}^4 ute_{f2}^4 - \text{int}_3^4 + d_{13}^4 = 3000 - 106$$

$$egh_{23}^4 + \sum_{f=5}^8 ute_{f3}^4 + \text{int}_3^4 + d_{23}^4 = 2000 - 177$$

$$egh_{13}^4 \leq 13166 + 0.5564 \cdot 0$$

$$egh_{23}^4 \leq 11895 + 1.0244 \cdot 1129$$

$$ute_{13}^4 \leq 20, ute_{23}^4 \leq 161, ute_{33}^4 \leq 640, ute_{43}^4 \leq 857$$

$$ute_{53}^4 \leq 485, ute_{63}^4 \leq 206, ute_{73}^4 \leq 386, ute_{83}^4 \leq 250$$

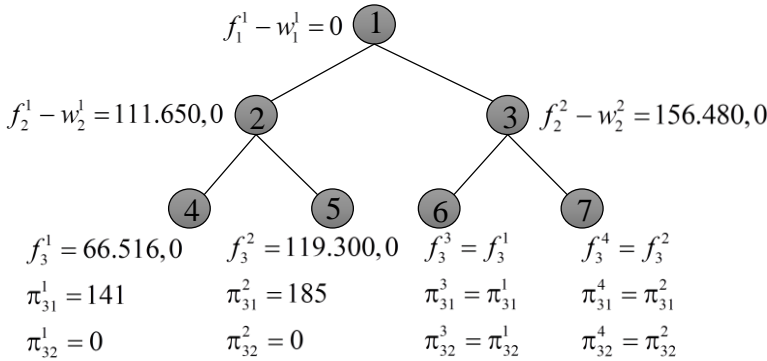
$$ear_{13}^4 \leq 4038.8, ear_{23}^4 \leq 9943.7$$

$$ear_{13}^4 = 0 \text{ MWmês}, ear_{23}^4 = 7211 \text{ MWmês}$$

$$ute_{33}^4 = 640, ute_{43}^4 = 157$$

Com base nas soluções dos problemas (32) a (38), a Figura 4.2 apresenta duas informações importantes. A primeira refere-se ao custo de geração termelétrica e déficit em cada nó do problema. A segunda diz respeito aos multiplicadores de Lagrange que estão associados à soma dos multiplicadores de Lagrange da equação de balanço energético e dos multiplicadores da restrição de limites de geração dos REEs considerando os coeficientes da aproximação linear da geração hidráulica máxima para cada REE. A soma desses multiplicadores, os

quais estão mostrados na figura a seguir, serão usados mais adiante durante o próximo passo da DA.



**Figura 4.2-Primeira recursão progressiva.**

Antes, porém, sempre que é finalizada uma recursão progressiva é necessário fazer o teste de convergência do algoritmo. Esse teste é composto pela comparação de dois limites do valor ótimo do problema que estão disponíveis em cada iteração, a saber:

- I. **Limite inferior (cinf):** é o custo total obtido no problema referente ao nó 1. Note que como  $w_1^1$  é inicializado como uma variável de folga, tem-se que o custo total do nó 1, ao longo das iterações, é sempre mais otimista (tem valor menor) que o custo ótimo do problema;
- II. **Limite superior (csup):** é o custo total esperado associado com todos os nós da árvore. Dado que esse custo é sempre viável, então seu valor é sempre maior ou igual à solução ótima.

Nesse sentido, com base nos resultados apresentados na primeira recursão progressiva, tem-se que a diferença (*tol*) entre os limites supracitados é dada por:

$$\begin{aligned}
 tol &= csup - cinf \\
 &= 0 + 0,5 \cdot (111.650,0 + 156.480,0) + \\
 &\quad 0,25 \cdot (66.516,0 + 11.930,0 + 66.516,0 + 11.930,0) - 0 \\
 &= R\$ 226.970,0
 \end{aligned} \tag{39}$$



Acima, *csup* é obtido com base no valor esperado dos custos dos quatro cenários da árvore. Por sua vez *cinf* é sempre igual a  $f_1^1$ . Pode-se notar que o problema não convergiu nesta primeira recursão progressiva, visto que a diferença encontrada entre os dois custos é bastante elevada.

O próximo passo empregado pela DA consiste em trazer as informações de futuro obtidas na primeira recursão progressiva, por meio da recursão regressiva. Em termos gerais, essa informação é dada pela construção iterativa das funções  $w_1^1$ ,  $w_2^1$  e  $w_2^2$ , as quais, conforme mostrado a seguir, dependem da energia armazenada dos REEs no final dos respectivos estágios. Por exemplo, considere inicialmente o caso de  $w_2^1$ . Essa variável representa o valor esperado do custo de operação no nó 2 considerando as realizações das energias afluentes dos nós 4 e 5. Neste ponto do algoritmo, tem-se a seguinte informação: com  $ear_{12}^{1*} = 0$  MWmês e  $ear_{22}^{1*} = 5244$  MWmês, o custo esperado dos referidos nós é igual a  $0,5 \cdot (f_3^1 + f_3^2) = R\$ 929.080,0$ . Adicionalmente, de acordo com a Figura 4.2, têm-se também disponíveis multiplicadores de Lagrange. Conforme pode ser visto em [27], o valor médio desses multiplicadores (i.e., 163 R\$/MWmês e 0 R\$/MWmês) representam a variação do custo esperado de operação dos nós 4 e 5 (e, portanto a variação de  $w_2^1$  e  $w_2^2$ ) em função da alteração do valor de  $ear_2^1$  e  $ear_2^2$ . Com base nessas informações, pode-se adicionar uma restrição ao problema de PL referente ao nó 2, com o objetivo de construir iterativamente uma aproximação linear por partes para  $w_2^1$ :

$$w_2^1 + 0,5 \cdot (\pi_{31}^1 + \pi_{31}^2) \cdot (ear_{12}^1) + 0,5 \cdot (\pi_{32}^1 + \pi_{32}^2) \cdot (ear_{22}^1) \geq 0,5 \cdot (f_3^1 + f_3^2) + 0,5 \cdot (\pi_{31}^1 + \pi_{31}^2) \cdot (ear_{12}^{1*}) + 0,5 \cdot (\pi_{32}^1 + \pi_{32}^2) \cdot (ear_{22}^{1*})$$

$$w_2^1 + 0,5 \cdot (163 + 185) \cdot (ear_{12}^1) + 0,5 \cdot (0 + 0) \cdot (ear_{22}^1) \geq 0,5 \cdot (66.516,0 + 119.300,0) + 0,5 \cdot (163 + 185) \cdot (0) + 0,5 \cdot (0 + 0) \cdot (5244) \quad (40)$$

$$w_2^1 + 163 \cdot ear_{12}^1 \geq 92.908,0$$

Continuando na recursão regressiva, todo o procedimento para a construção de (40) deve ser repetido para a aproximação de  $w_2^2$ . Com base no exposto anteriormente verifica-se que:

$$w_2^1 + 163.ear_{12}^1 \geq 92.908,0 \quad (41)$$

O próximo passo da recursão progressiva é construir a aproximação para  $w_1^1$ . Para proceder nessa direção é necessário resolver os problemas referentes aos nós 2 e 3, com as restrições previamente incluídas no problema, com o intuito de obter os multiplicadores de Lagrange e os custos de operação esperados associados:

$$F_2^1 = \text{Min} \left( \sum_{f=1}^4 (C_f ute_{f1} + CDd_{11}) + \sum_{f=5}^8 (C_f ute_{f1} + CDd_{21}) \right) + w_2^1 \quad (42)$$

s.a:

$$ear_{12}^1 + egh_{12}^1 + ev_{12}^1 = 0 + 1346$$

$$ear_{22}^1 + egh_{22}^1 + ev_{22}^1 = 7026 + 687$$

$$egh_{12}^1 + \sum_{f=1}^4 ute_{f2}^1 - int_2^1 + d_{12}^1 = 3000 - 298$$

$$egh_{22}^1 + \sum_{f=5}^8 ute_{f2}^1 + int_2^1 + d_{22}^1 = 2000 - 131$$

$$egh_{12}^1 \leq 13166 + 0.5564 \cdot 0$$

$$egh_{22}^1 \leq 11895 + 1.0244 \cdot 7026$$

$$w_2^1 + 163.ear_{12}^1 \geq 92.908,0$$

$$ute_{12}^1 \leq 20, ute_{22}^1 \leq 161, ute_{32}^1 \leq 640, ute_{42}^1 \leq 857$$

$$ute_{52}^1 \leq 485, ute_{62}^1 \leq 206, ute_{72}^1 \leq 386, ute_{82}^1 \leq 250$$

$$ear_{12}^1 \leq 4038.8, ear_{22}^1 \leq 9943.7$$

$$f_2^1 = 204.560,0$$

$$\pi_{12}^1 = 185, \pi_{22}^1 = 0$$

Resolvendo para o nó 2.

$$F_2^2 = \text{Min} \left( \sum_{f=1}^4 (C_f ute_{f1} + CDd_{11}) + \sum_{f=5}^8 (C_f ute_{f1} + CDd_{21}) \right) + w_2^2 \quad (43)$$

s.a:

$$ear_{12}^2 + egh_{12}^2 + ev_{12}^2 = 0 + 1285$$

$$ear_{22}^2 + egh_{22}^2 + ev_{22}^2 = 7026 + 2380$$

$$egh_{12}^2 + \sum_{f=1}^4 ute_{f2}^2 - int_2^2 + d_{12}^2 = 3000 - 116$$

$$egh_{22}^2 + \sum_{f=5}^8 ute_{f2}^2 + int_2^2 + d_{22}^2 = 2000 - 164$$

$$egh_{12}^2 \leq 13166 + 0,5564 \cdot 0$$

$$egh_{22}^2 \leq 11895 + 1,0244 \cdot 7026$$

$$w_2^2 + 163 \cdot ear_{12}^1 \geq 92.908,0$$

$$ute_{12}^2 \leq 20, ute_{22}^2 \leq 161, ute_{32}^2 \leq 640, ute_{42}^2 \leq 857$$

$$ute_{52}^2 \leq 485, ute_{62}^2 \leq 206, ute_{72}^2 \leq 386, ute_{82}^2 \leq 250$$

$$ear_{12}^2 \leq 4038,8, ear_{22}^2 \leq 9943,7$$

$$f_2^2 = 249.390,0$$

$$\pi_{12}^2 = 185, \pi_{22}^2 = 0$$

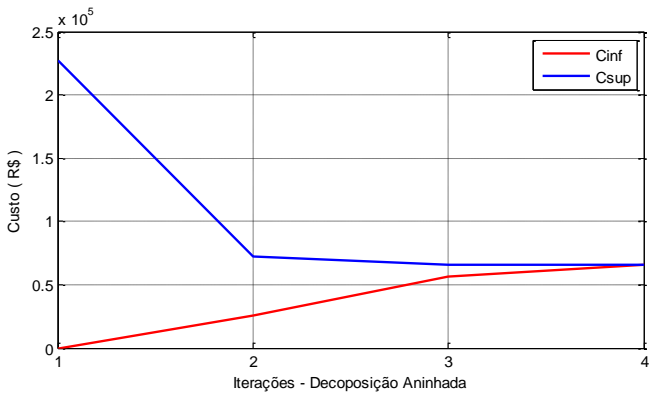
Com base nas soluções obtidas pelos problemas (42) e (43), a restrição que deve ser adicionada ao problema de PL referente aos nós 2 e 3, aplicando o mesmo procedimento em (42), é dada por:

$$w_1^1 + 185 \cdot ear_{11}^1 \geq 226.970,0 \quad (44)$$

Finalizada primeira recursão regressiva deve-se iniciar uma nova recursão progressiva. A diferença agora em relação à iteração anterior é que os subproblemas dos nós 1, 2 e 3 devem ter em sua formulação as restrições (40), (41) e (44), respectivamente. Quando finalizar a segunda recursão progressiva deve-se então aplicar (39) para testar a convergência do problema; caso a mesma não seja atendida, deve-se iniciar a segunda recursão regressiva para calcular novas restrições que serão adicionadas nos subproblemas. Esse procedimento de progressão/regressão deve continuar até que a diferença entre *cinfe* e *csup* seja suficientemente pequena.

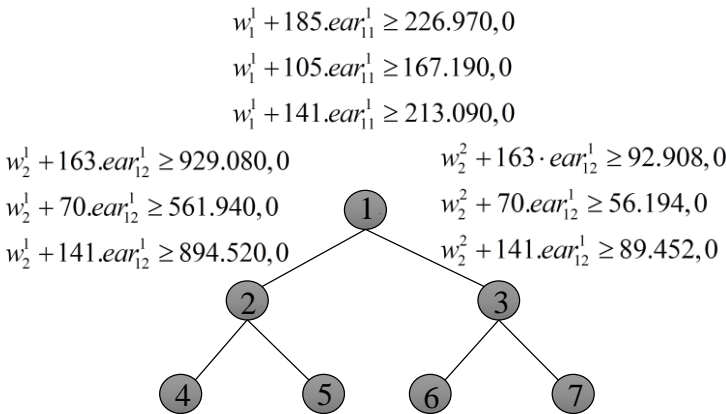
Em particular, para este exemplo, a DA necessitou realizar quatro iterações, isto é, quatro recursões progressivas e três regressivas. O custo total esperado encontrado, considerando  $tol = 1 \cdot 10^{-6}$ , foi de R\$

65.426,00. Abaixo, ilustrativamente, está mostrada a evolução de *cinf* e *csup* ao longo das iterações.



**Figura 4.3- Processo iterativo do algoritmo da DA.**

Por sua vez, a Figura 4.4 apresenta as restrições construídas ao longo do processo iterativo. Neste ponto é importante destacar que essas restrições compõem as chamadas Funções de Custo Futuro (FCFs), uma denominação muito conhecida no SEB. Em termos de otimização estocástica essas funções representam a política ótima do problema, pois com as mesmas é possível obter uma solução viável, para qualquer número de cenários (independente daqueles nos quais as FCFs foram construídas) com base em uma única recursão progressiva.



**Figura 4.4-Restrições construídas pelo algoritmo DA.**

Na sequência é apresentado um conjunto de passos que representa o algoritmo da DA. Seja  $\varepsilon$  uma dada tolerância e  $it$  o contador de iterações. Faça  $it = 0$ . Inicie com uma aproximação para todos os valores de  $w_t^s$ . Usualmente tem-se  $w_t^s = 0$ ,  $\forall s$  e  $t$ , pois na primeira iteração todas as FCFs que representam custos de operação estão relaxadas. Vá para o Passo 1.

1. Resolva o problema de primeiro estágio e obtenha  $(ute_{f1}^{1*}, d_1^{1*}, w_1^{1*}, ear_1^{1*}, ev_1^{1*} e egh_1^{1*})$ . O valor ótimo da função objetivo deste problema é igual ao limite inferior da DA, dado por  $cnf$ ;
2. Para  $t = 2$  até  $T$
3. Cada nó no estágio  $t$  é caracterizado pelo valor das energias naturais afluentes sorteados na árvore e por um armazenamento inicial obtido na solução do problema associado com o respectivo nó antecessor. Assim, para cada nó referente do estágio  $t$  obtenha  $(ute_{ft}^{s*}, d_t^{s*}, w_t^{s*}, ear_t^{s*}, ev_t^{s*} e egh_t^{s*})$ . Note que  $w_t^{s*} = 0$ .
4. O valor esperado associado ao custo de operação de todos os cenários da árvore sorteada é igual ao limite superior do algoritmo da DA, dado por  $csup$ ;
5. Seja  $tol = csup - cnf$ . Se  $tol \leq \varepsilon$ , pare; caso contrário, vá para o Passo 6;
6. Para  $t = T$  até 2. Para cada nó referente do estágio  $t$  (caracterizado pela mesma maneira apresentada no Passo 2) obtenha  $f_t^s$  e  $\pi_t^s$ . Utilize esses valores para calcular um corte que irá aproximar a FCF do respectivo nó antecessor;
7. Faça  $it = it + 1$  e vá ao Passo 2.

Para finalizar essa seção é importante lembrar que quando foi fixado um total de quatro cenários, automaticamente é feita uma simplificação do valor exato dos custos esperados. Isso acontece, pois, uma vez que as energias afluentes possuem uma Função de Densidade de Probabilidade contínua, o valor exato deste custo esperado não pode ser obtido na prática. Assim, a definição de um número adequado de discretizações em cada mês que forneça uma solução de boa qualidade para o valor esperado do problema representa, atualmente, um dos grandes desafios da área de otimização estocástica. A título de ilustração, observe a Tabela 4.1 a seguir, em que estão ilustradas algumas importantes informações do problema anterior. Note que o número de cenários cresce exponencialmente com o número de realizações das variáveis aleatórias em cada mês. Portanto, essa estratégia tem um preço caro,

pois o custo computacional fica exorbitante mesmo para um problema simples como o usado neste trabalho.

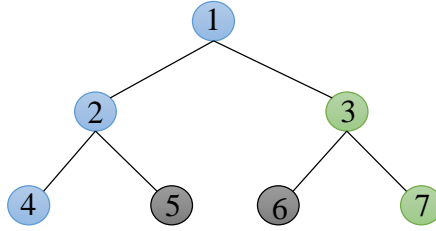
**Tabela 4.1-Número de cenários em função do número de aberturas em cada mês.**

Afluências por mês	Total de cenários	Custo ótimo (R\$)	Tempo (minutos)
2	4	65.426,0	0.037
5	25	98.487,0	0.048
10	100	111.410,0	0.064
50	2.500	111.470,0	1,038
100	10.000	168.310,0	5,386
500	250.000	217.230,0	78,121
1000	<b>1.000.000</b>	228.080,0	301,471

Com base na Tabela 4.1, vale a pena ressaltar que a DA não representa uma alternativa computacional eficiente para problemas com uma árvore muito grande. Uma abordagem mais interessante nesses casos consiste em utilizar estratégias de amostragem dentro da árvore que está se procurando calcular a política de operação. No caso brasileiro é feito uso da Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE), na qual alguns cenários da árvore são escolhidos em cada recursão progressiva para se calcular as aproximações das FCFs, conforme ilustrado numericamente na seção posterior. Outros algoritmos que usam estratégias de amostragem em seus procedimentos de solução são, por exemplo, *Convergent Cutting-Plane and Partial-Sampling Algorithm* (POWELL, 1999), *Abridedged Nested Decomposition* (BIRGE, 2006) e *Stochastic Decomposition* (HIGLE, 1996).

**4.1 PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL ESTOCÁSTICA**

Nesta seção é, assim como no caso da DA, apresentado um exemplo de três estágios o qual é resolvido por meio da PDDE. A mesma árvore de cenários é mantida. Entretanto, na PDDE deve-se escolher a cada iteração um subconjunto dessa árvore para percorrer na recursão progressiva. Particularmente neste exemplo, serão percorridos dois dos quatro cenários do modelo de programação estocástica da representação a REE, como se apresenta na Figura 4.5.



**Figura 4.5-Cenários escolhidos.**

Conforme mostra acima, os cenários escolhidos para a serem utilizados na primeira recursão progressiva são dados pelos nós 1-2-4 e por 1-3-7. Note-se que agora na PDDE, ao invés de serem resolvidos sete subproblemas de PL na recursão progressiva conforme é feito na DA, são resolvidos “apenas” cinco. Da mesma maneira que a DA, na recursão regressiva, os subproblemas sorteados do estágio  $t$  recebem os valores de energia armazenado final obtidos com a solução dos problemas sorteados no estágio  $t-1$ . Os problemas da primeira recursão progressiva estão detalhados na sequência.

Resolvendo para o nó 1 (determinístico).

$$F_1^1 = \text{Min} \left( \sum_{f=1}^4 (C_f \text{ute}_{f1} + CDd_{11}) + \sum_{f=5}^8 (C_f \text{ute}_{f1} + CDd_{21}) \right) + w_1^1 \quad (45)$$

s.a:

$$ear_{11}^1 + egh_{11}^1 + ev_{11}^1 = 2827 + 515$$

$$ear_{21}^1 + egh_{21}^1 + ev_{21}^1 = 6960 + 1525$$

$$egh_{11}^1 + \sum_{f=1}^4 \text{ute}_{f1}^1 - \text{int}_1^1 + d_{11}^1 = 3000 - 104$$

$$egh_{21}^1 + \sum_{f=5}^8 \text{ute}_{f1}^1 + \text{int}_1^1 + d_{21}^1 = 2000 - 92$$

$$egh_{11}^1 \leq 13166 + 0,5564 \cdot 2827$$

$$egh_{21}^1 \leq 11895 + 1,0244 \cdot 6960$$

$$\begin{aligned}
ute_{11}^1 &\leq 20, ute_{21}^1 \leq 161, ute_{31}^1 \leq 640, ute_{41}^1 \leq 857 \\
ute_{51}^1 &\leq 485, ute_{61}^1 \leq 206, ute_{71}^1 \leq 386, ute_{81}^1 \leq 250 \\
ear_{11}^1 &\leq 4038.8, ear_{21}^1 \leq 9943.7
\end{aligned}$$

$$ear_{11}^1 = 0 \text{ MWmês}, ear_{21}^1 = 7026 \text{ MWmês}$$

Cenário 1 - Estágio 2 (nó 2).

$$F_2^1 = \text{Min} \left( \sum_{f=1}^4 (C_f ute_{f2} + CDd_{12}) + \sum_{f=5}^8 (C_f ute_{f2} + CDd_{22}) \right) + w_2^1 \quad (46)$$

s.a:

$$ear_{12}^1 + egh_{12}^1 + ev_{12}^1 = 0 + 1346$$

$$ear_{22}^1 + egh_{22}^1 + ev_{22}^1 = 7026 + 686$$

$$egh_{12}^1 + \sum_{f=1}^4 ute_{f2}^1 - \text{int}_2^1 + d_{12}^1 = 3000 - 298$$

$$egh_{22}^1 + \sum_{f=5}^8 ute_{f2}^1 + \text{int}_2^1 + d_{22}^1 = 2000 - 131$$

$$egh_{12}^1 \leq 13166 + 0,5564 \cdot 0$$

$$egh_{22}^1 \leq 11895 + 1,0244 \cdot 7026$$

$$ute_{12}^1 \leq 20, ute_{22}^1 \leq 161, ute_{32}^1 \leq 640, ute_{42}^1 \leq 857$$

$$ute_{52}^1 \leq 485, ute_{62}^1 \leq 206, ute_{72}^1 \leq 386, ute_{82}^1 \leq 250$$

$$ear_{12}^1 \leq 4038.8, ear_{22}^1 \leq 9943.7$$

$$ear_{12}^1 = 0 \text{ MWmês}, ear_{22}^1 = 5.244 \text{ MWmês}$$

$$ute_{32}^1 = 640, ute_{42}^1 = 116$$

Cenário 1 - Estágio 3 (nó 4).

$$F_3^1 = \text{Min} \left( \sum_{f=1}^4 (C_f ute_{f3} + CDd_{13}) + \sum_{f=5}^8 (C_f ute_{f3} + CDd_{23}) \right) \quad (47)$$

s.a:

$$ear_{13}^1 + egh_{13}^1 + ev_{13}^1 = 0 + 1580$$

$$ear_{23}^1 + egh_{23}^1 + ev_{23}^1 = 5244 + 747$$



$$egh_{13}^1 + \sum_{f=1}^4 ute_{f3}^1 - int_3^1 + d_{13}^1 = 3000 - 349$$

$$egh_{23}^1 + \sum_{f=5}^8 ute_{f3}^1 + int_3^1 + d_{23}^1 = 2000 - 136$$

$$egh_{13}^1 \leq 13166 + 0,5564 \cdot 0$$

$$egh_{23}^1 \leq 11895 + 1,0244 \cdot 5308$$

$$ute_{13}^1 \leq 20, ute_{23}^1 \leq 161, ute_{33}^1 \leq 640, ute_{43}^1 \leq 857$$

$$ute_{53}^1 \leq 485, ute_{63}^1 \leq 206, ute_{73}^1 \leq 386, ute_{83}^1 \leq 250$$

$$ear_{13}^1 \leq 4038.8, ear_{23}^1 \leq 9943.7$$

$$ear_{13}^1 = 0 \text{ MWmês}, ear_{23}^1 = 3526 \text{ MWmês}$$

$$ute_{33}^1 = 472$$

O cenário 2 é composto pelos nós 1, 3 e 7. Realizando-se o mesmo procedimento anterior é possível obter os seguintes resultados:

$$ear_{12}^2 = 0 \text{ MWmês}, ear_{22}^2 = 6.970 \text{ MWmês}$$

$$ute_{32}^2 = 640, ute_{42}^1 = 358$$

(48)

$$ear_{13}^2 = 0 \text{ MWmês}, ear_{23}^2 = 5485 \text{ MWmês}$$

$$ute_{33}^2 = 640, ute_{43}^2 = 157$$

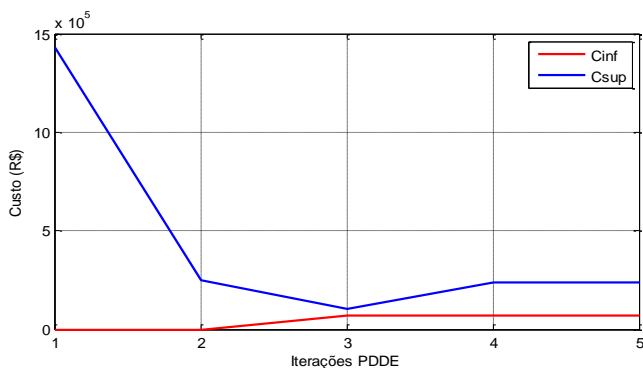
Conforme visto na DA, depois de finalizado a primeira recursão regressiva pode-se testar o critério de parada por meio da diferença entre os valores de *csup* e *cinf*. Contudo, essa estratégia não pode ser feita na PDDE, pois agora o valor de *csup* é apenas um valor estimado do valor real. O critério de parada da PDDE ainda é um problema em discussão e o mais aceito atualmente é esperar por uma estabilização dos valores do *cinf* ao longo das iterações. Portanto, mais adiante essa estabilização é apresentada para este problema numérico simples.

Seguindo a ilustração do algoritmo da PDDE, deve-se agora, assim como na DA, proceder para a recursão regressiva. Neste caso, o procedimento é muito semelhante. Para cada nó sorteado na recursão progressiva existe um conjunto de nós descendentes. Deve-se então, a partir do penúltimo estágio, construir um corte da mesma maneira como foi apresentado no algoritmo da DA. Uma importante diferença aqui é que, no caso do problema específico deste trabalho, na PDDE pode-se transferir todos os cortes construídos no estágio *t* para todos os

problemas referentes ao estágio  $t-1$ . Assim como foram percorridos dois cenários serão inseridos dois cortes ao estágio  $t-1$ .

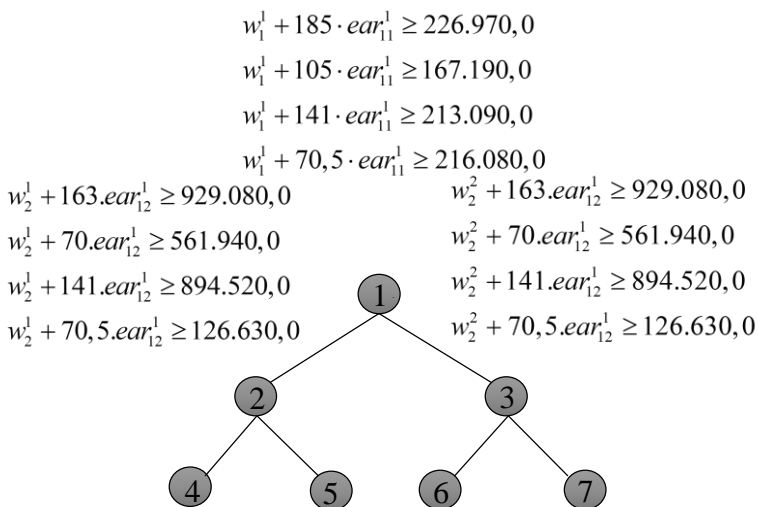
Finalizada primeira recursão regressiva deve-se iniciar uma nova recursão progressiva. Agora a diferença em relação a DA é que pode-se realizar um novo sorteio de cenário a percorrer nesta nova recursão. Pode-se ainda (DE MATOS, 2012) variar inclusive o número de cenários sorteados.

Neste caso foram mantidos dois cenários sorteados a cada iteração e com isso o algoritmo da PDDE necessitou de cinco iterações para alcançar a estabilização do limite inferior, como é visto na Figura 4.6. O custo total esperado encontrado foi de R\$ 68.410,0.



**Figura 4.6-Processo iterativo do algoritmo PDDE.**

Por sua vez, a Figura 4.7 apresenta as restrições construídas ao longo do processo iterativo na PDDE, compondo assim as FCFs que representam a política operativa do problema.



**Figura 4.7-Restrições construídas pelo algoritmo PDDE.**



## 5 MODELO COMPUTACIONAL E RESULTADOS NUMÉRICOS

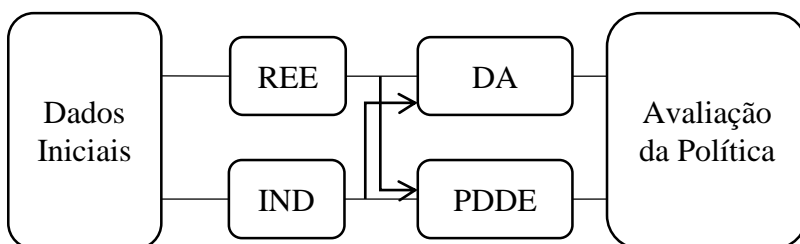
Neste capítulo serão apresentados os módulos computacionais em ambiente Matlab, na qual são abordados os modelos matemáticos de otimização estocástica de DA e PDDE aplicados a cada uma representação das usinas hidrelétricas. Cabe salientar que a ferramenta computacional utilizada para resolver cada subproblema de programação linear é o Gurobi.

### 5.1 PLATAFORMA COMPUTACIONAL

Para este trabalho foram construídos vários módulos computacionais, em ambiente Matlab com o objetivo de facilitar ao usuário a compreensão de uma forma simples e eficiente do problema.

Para tanto, os módulos computacionais das técnicas de otimização DA e PDDE têm como finalidade calcular a política operativa que minimize o custo esperado de operação total ao longo de um horizonte de 12 meses, discretizado em etapas mensais, para atender uma demanda de um sistema hidrotérmico fictício reduzido.

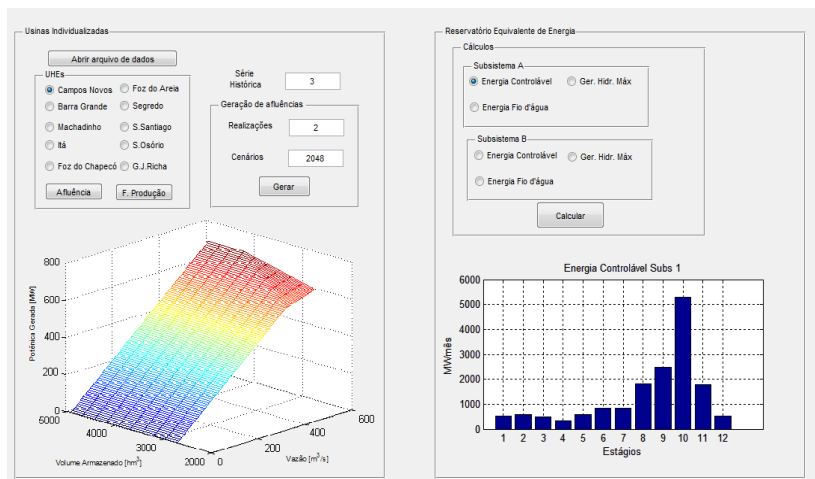
Cada representação de usinas hidrelétricas tem um módulo computacional para a avaliação da política de operação correspondentes as técnicas de solução da DA e da PDDE. Um diagrama esquemático do funcionamento dos módulos computacionais é apresentando na Figura 5.1.



**Figura 5.1-Módulos computacionais.**

Para cada representação das usinas (módulos REE e IND) existe um arquivo Matlab onde são encontrados os principais dados iniciais tais como: os atributos fundamentais que formam a configuração

hidrotérmica fictícia tanto para UI como REE; parâmetros dos gráficos das funções de produção de cada UHE; dados para plotar as curvas de custos das UTEs; dados para os cálculos da conversão dos principais atributos usados para a formação de cada REE, entre outros. Mostra-se na Figura 5.2 o modulo de dados iniciais para cada representação de UHE. O modulo conta com um botão onde aparecem os principais dados dos parâmetros utilizados na configuração hidrotérmica. Também conta com a opção de realizar gráficos de aflúências e função de produção para cada UHE de forma individualizada, já para o REE é possível realizar gráficos de energia controlável, energia fio d'água e geração hidráulica máxima para cada subsistema. Na sequência se apresenta o gráfico da função de produção da UHE Campos Novos e a energia controlável para cada estágio de tempo do subsistema A.



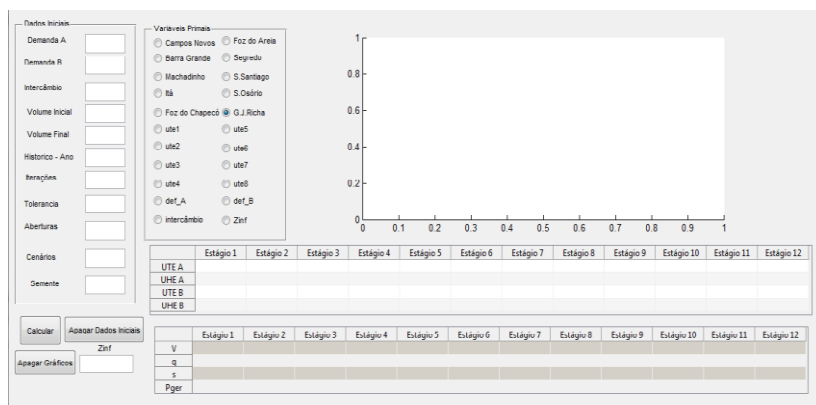
**Figura 5.2 -Plataforma computacional dados de entrada**

Continuando com o esquema apresentado anteriormente, os dados iniciais passam aos módulos de cada representação de UHE. Cada módulo computacional dessa representação é caracterizado por uma modelagem do problema linear estocástico que envolve a incerteza da vazão afluyente a cada UHE para a representação individualizada e as energias naturais afluentes para a representação de REE. Assim, para a modelagem de cada representação são aplicadas as técnicas de otimização da DA e PDDE, vistas no capítulo anterior através de um exemplo ilustrativo abordando um horizonte de estudo de três estágios.

Por último, a plataforma possibilita a avaliação da política operativa tanto da DA como da PDDE aplicada a cada representação das usinas hidrelétricas. Neste ponto é importante frisar que as árvores de cenários são construídas com base em sorteios de Monte Carlo (DE MATOS, 2008), sem dependência temporal, i.e, as variáveis aleatórias de afluentes e Energias Afluentes são independentes no tempo.

Cada módulo computacional é de fácil controle e pode fornecer gráficos para a visualização dos principais atributos que formam parte de cada representação. Além disso, a ferramenta possui tabelas com valores das principais soluções de cada representação de acordo com a técnica matemática estocástica empregada, assim como a opção de uma janela para inserir os dados iniciais, com os quais se pode efetuar diferentes simulações.

Na sequência apresenta-se na Figura 5.3 uma janela que ilustra a combinação dos módulos da DA aplicada à representação de UI.



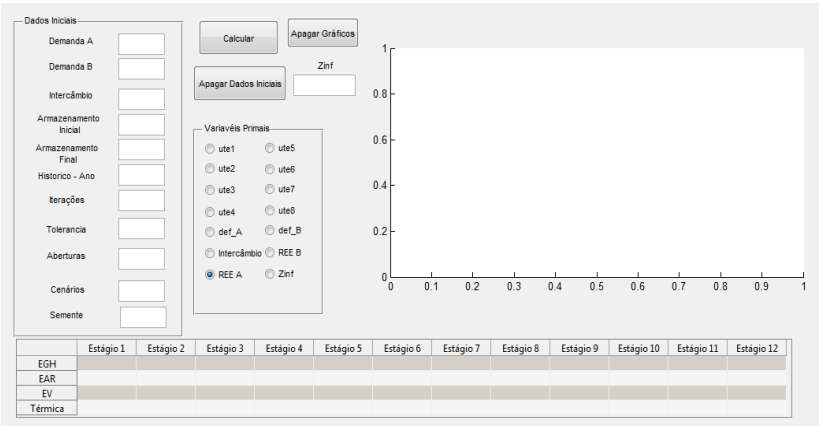
**Figura 5.3-Plataforma computacional – DA com UI.**

Conforme se visualiza na figura anterior, o modelo computacional está caracterizado por ter vários campos de saída, assim como um para inserir dados iniciais. No tocante aos dados iniciais tem-se vários campos tais como: demanda, intercâmbios, volume inicial e final de cada usina, série do histórico de vazões afluentes, tolerância, semente<sup>4</sup> e número máximo de iterações. Após serem inseridos os dados iniciais, pode-se efetuar o cálculo da política pressionando-se o botão calcular.

<sup>4</sup> Número aleatório para o controle de uma sequência de amostras, para este trabalho esse controle é efetuado nas afluentes.

Para informação do resultado, por exemplo, UHEs A e UHEs B, se selecionadas servem para visualizar os resultados de Subsistema (subsistema A e B) das variáveis de estudo como, por exemplo, volumes, vazões, vertimentos e potências geradas. Da mesma forma, as UTEs A e UTEs B fornecem valores de energia total para os doze estágios de tempo. Por fim, o custo total de operação esperado é visualizado em Zinf.

Da mesma maneira, tem-se opção para a representação a REE. A janela gráfica desta opção, combinada com o algoritmo de solução da DA, pode ser visualizada na Figura 5.4.



**Figura 5.4- Plataforma computacional – Modelo a REE com política via DA.**

**5.2    PREMISSAS UTILIZADAS**

O problema estudado neste trabalho, como foi mencionado nos capítulos anteriores, possui aproximações lineares para representar a geração hidráulica máxima do modelo a REE e para a função de produção hidrelétrica para a representação de UI. Portanto, os limites operacionais da produção hidrelétrica nas UHE de reservatório e fio d’água são representadas mediante duas restrições de desigualdade (dois cortes) em função do volume armazenando e a vazão turbinada, cujos coeficientes são apresentados na Tabela 5.1.



**Tabela 5.1-Coefficientes dos limites operacionais de geração hidráulicas das UHEs.**

UHE	Corte	$ph_{rt}^p - \beta_{rt}^p \cdot q_{rt} - \gamma_{rt}^p \cdot v_{rt} \leq \xi_r^p$		
		$\beta_{rt}^p$	$\gamma_{rt}^p$	$\xi_r^p$
1	1	1.6202	0	0
	2	1.2394	0.1379	-20.72
2	1	1.2814	0	0
	2	0.8952	0.0575	-25.47
3	1	0.8629	0	0
	2	0.8391	0.1695	-390.05
4	1	0.9682	0	0
	2	0.7962	0	228.25
5	1	0.4633	0	0
	2	0.2978	0	254.03
6	1	1.1582	0	0
	2	0.6218	0.1316	-22.51
7	1	1.002	0	0
	2	0.6686	0.1387	-22.44
8	1	0.9091	0	0
	2	0.4737	0.0821	108.68
9	1	0.7886	0	0
	2	0.3894	0	363.50
10	1	0.5672	0	0
	2	0.3527	0	393.05

Quanto aos atributos de REE tem-se, como pode ser visto na Tabela 5.2, a capacidade de armazenamento máximo para cada subsistema. Esses valores representam a quantidade de energia máxima obtida ao ser deplecionados cada um dos reservatórios desde o volume máximo até o volume mínimo.

**Tabela 5.2-Energia armazenável máxima por subsistema.**

Subsistema	EAR Máx (MWmês)
A	3.950
B	9.730

Referente à capacidade de geração hidráulica máxima, para este trabalho é representado através de uma aproximação linear que leva em conta os níveis de armazenamento de cada subsistema no início de cada mês. Assim, os valores dos coeficientes que formam o limite operacional que

determina a máxima capacidade de geração hidráulica para cada REE são apresentados na Tabela 5.3.

**Tabela 5.3-Coefficientes da geração hidráulica máxima por subsistema.**

Subsistema	$egh_j \leq BFGH_0 + BFGH_1.ear_j$	
	$BFGH_0$	$BFGH_1$
A	13.166,00	0,5564
B	11.895,00	1,0240

**5.3 ESTUDO DE CASOS**

Para ilustrar a aplicação da plataforma desenvolvida, na sequência são analisados dois casos, a saber:

- 1. Aplicação da DA para cada uma das representações de UHEs.
- 2. Aplicação da DA e da PDDE em um modelo a representação de UI.

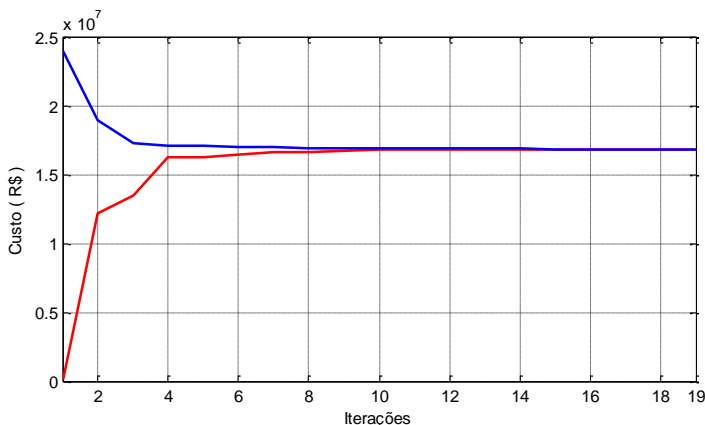
As condições iniciais de todos os casos podem ser vistas na Tabela 5.4.

**Tabela 5.4 - Dados iniciais para cada caso de estudo.**

Condições Iniciais	UI	REE
Demanda Barra A [MW-Mês]	4.500	4.500
Demanda Barra B [MW-Mês]	5.000	5.000
Volume Útil Inicial [%]	60	60
Volume Útil Final [%]	10	10
Intercâmbio [MW-Mês]	500	500
Tolerância da DA	0,0001	0,0001

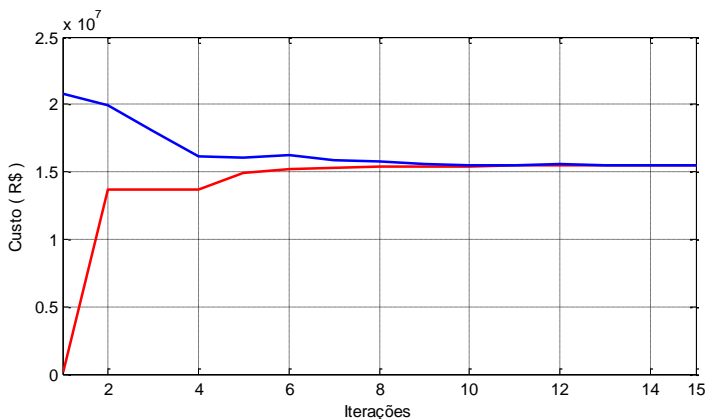
Começando pelos casos mostrados em (1) acima, utilizou-se uma árvore de cenários com duas realizações de afluições para cada estágio a partir do segundo mês. Assim, tem-se uma árvore de afluições com um total de 2.048 cenários. Dado que no caso da DA se resolve a árvore

completa (são percorridos todos os cenários possíveis), os limites inferiores e superiores devem ser iguais. Assim, a Figura 5.5 ilustra a diferença entre esses limites ao longo das iterações para a representação de UI.



**Figura 5.5-Processo iterativo DA com representação a UIs.**

Semelhantermente, a Figura 5.6 mostra o comportamento da DA ao longo das iterações para o caso da representação a REE.



**Figura 5.6-Processo iterativo DA representação REE.**

A Tabela 5.5, por sua vez, apresenta o valor do limite inferior, bem como o esforço computacional, associado com a solução do problema para as duas representações de UHEs.

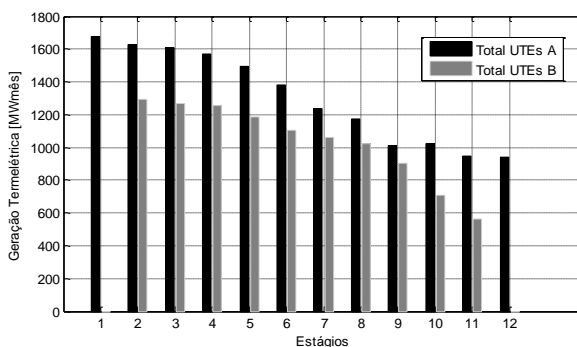
**Tabela 5.5- Resultados da aplicação da DA para ambas representações.**

<b>Representação</b>	<b>Iterações</b>	<b><math>Z_{inf}</math> [R\$ x 10<sup>7</sup>]</b>	<b>Tempo [minutos]</b>
UI	19	1,6834	314,49
REE	15	1,6204	123,44

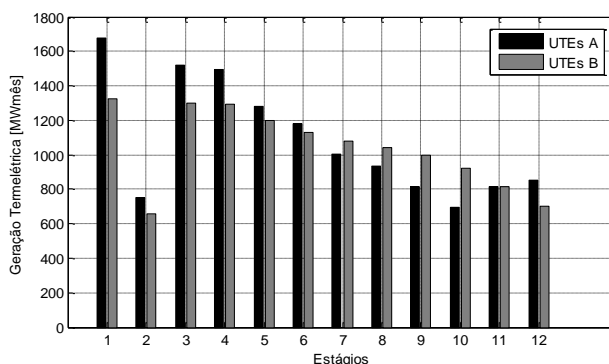
Nota-se que o limite inferior da representação a REE tem um valor menor do que a representação por UI. Isso resulta do fato de que o REE é uma aproximação da outra modelagem que, neste caso, é uma referência em termos de representação física do problema. Entretanto, o custo computacional é aproximadamente 2,5 vezes menor. Esse tipo de análise, i.e., perda da representação física versus ganho em desempenho computacional é um aspecto muito importante sob ponto de vista didático pedagógico.

A partir da obtenção das políticas de operação (FCFs) de ambas as representações, uma etapa importante é a simulação de operação na qual é possível verificar o nível de qualidade dessas FCFs. Assim, foram simuladas 5.000 séries, obtidas também pelo método de Monte Carlo, para realizar uma única recursão progressiva *out-sampling* e obter uma série de índices de desempenho.

Procedendo-se desta maneira, o valor esperado do custo de operação obtido a partir da representação REE foi de R\$ 16.054.000,00, enquanto que no caso UI este valor foi de R\$ 16.534.000,00. De maneira a ilustrar algumas funcionalidades gráficas da ferramenta proposta, a seguir são mostrados, de forma comparativa, os resultados de geração termelétrica total por subsistema, para cada mês, para os dois casos analisados.



**Figura 5.7- Geração termelétrica - DA com representação a UI.**



**Figura 5.8- Geração termelétrica total - DA com representação a REE.**

Conforme pode ser visualizado nas figuras anteriores, nota-se que ambas as representações possuem o mesmo comportamento de declinamento ao longo do horizonte de estudo, tendo a representação a REE uma maior redução na geração termelétrica ao longo do horizonte.

Dando sequência a ilustração da plataforma, outro tipo de comparação realizada considera a solução do problema via PDDE para a representação a UI, a qual é comparada com a solução obtida pela DA considerando UI mostrada na Tabela 5.5. A mesma árvore de cenários é considerada. Contudo, a principal diferença entre a DA e a PDDE consiste no fato que nesta última deve-se escolher um número de cenários que devem ser amostrados durante a etapa da recursão progressiva. Os resultados (limite inferior do custo esperado), bem como o esforço computacional, referentes a aplicação da PDDE considerando

diferentes valores de amostras utilizadas na etapa da recursão progressiva são vistos na Tabela 5.6.

**Tabela 5.6- Resultados da aplicação da PDDE ao problema com representação a UI.**

Cenários amostrados	Iterações	$Z_{inf}$ [10 <sup>7</sup> R\$]	Tempo [min.]
50	25	2,7254	8,123
100	43	2,2126	49,106
200	50	1,9074	79,162
500	41	1,7145	142,299

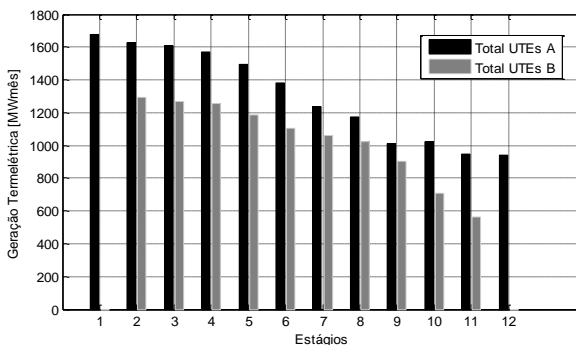
Pode-se notar que o uso da amostragem representa uma grande vantagem em termos computacionais, comparativamente a DA, pois o tempo é significativamente menor e o valor do  $Z_{inf}$  é relativamente próximo com 200 cenários amostrados.

Assim conforme feito anteriormente, à partir da obtenção das políticas de operação (FCFs) da PDDE é possível verificar o nível de qualidade dessas FCFs, com base em uma única recursão progressiva em 5.000 cenários de fluências. Procedendo-se desta maneira, Tabela 5.7 ilustra o valor esperado do custo de operação das simulações obtidas em cada caso da PDDE analisado.

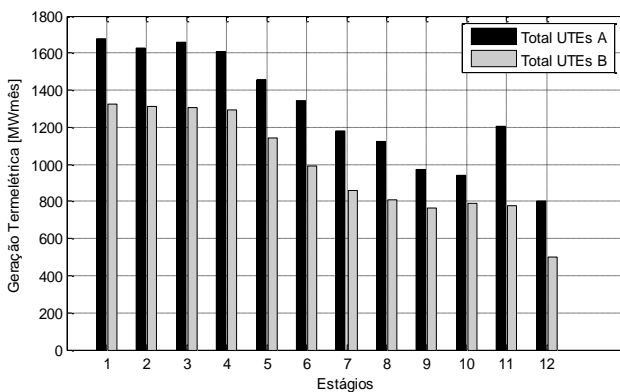
**Tabela 5.7- Resultados da aplicação da PDDE ao problema com representação a UI.**

Cenários amostrados	Custo Esperado
50	25.815.605,00
100	21.365.273,07
200	19.061.000,00
500	17.033.259,10

Lembrando que no caso da DA o custo valor foi de R\$ 16.534.000,00, o qual deve ser considerado com uma medida da qualidade das FCFs fornecidas pela PDDE. A seguir são mostrados, de forma comparativa, os resultados de geração termelétrica total por subsistema para os dois casos analisados, referente ao caso da PDDE com 500 cenários amostrados.



**Figura 5.9- Geração termelétrica total - DA representação a UI.**



**Figura 5.10- Geração termelétrica total PDDE - representação a UI.**

Nota-se que ambos os casos da DA e PDDE com 500 cenários têm o mesmo comportamento de declinamento ao longo do horizonte de estudo, sendo o caso da DA caracterizado por uma maior redução na geração termelétrica ao longo do horizonte.





## 6 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

O problema de planejamento da operação energética possui diversas características que tornam este problema uma tarefa complexa de realizar devido às incertezas presentes nos dados de entrada, não linearidades, custos não separáveis, grande número de unidades geradoras, reservatórios, períodos de tempo para análise do problema, entre outros. Todas essas características tornam inviável resolver o problema do planejamento da operação energética em um único modelo matemático. Por tanto, essa tarefa é dividida por etapas para ser realizada em distintos horizontes de tempo com um determinado nível de detalhamento da modelagem do problema.

O presente trabalho teve como foco o problema do planejamento de médio prazo (PEN), o qual apresenta como principal característica incertezas associadas às afluências futuras a cada usina hidrelétrica. Por conseguinte, foi elaborado um modelo computacional gráfico, em ambiente MATLAB, como um instrumento pedagógico que visa facilitar a compreensão das complexidades desse problema. Este modelo caracteriza-se por uma ferramenta de fácil manejo, com resultados através de gráficos e tabelas para auxiliar na compreensão dos resultados.

Para apresentar um pouco das funcionalidades da plataforma, foi efetuada uma demonstração da aplicação da DA a cada representação abordada neste trabalho com o fim de ilustrar pedagogicamente que tipo de análises são convenientes neste tipo de comparação. Foi visto que a plataforma permite acompanhar a modelagem das usinas hidrelétricas e analisar a relação entre precisão de resultados e esforço computacional associado. Adicionalmente, por meio de um módulo específico, o qual é responsável por fazer uma análise adicional com respeito as políticas obtidas por ambas as estratégias adotada.

Ainda com relação a demonstração das funcionalidades, apresentou-se uma outra importante questão que é o uso da PDDE para sobrepujar as limitações computacionais da DA. Isso é importante para entender a necessidade da amostragem para poder atacar este problema adequadamente.

No tocante a recomendações para trabalhos futuros, uma importante tarefa consiste na inserção de parques eólicos na configuração hidrotérmica fictícia utilizada para cada modelo matemático. Também, sugere-se a aplicação de técnicas de aversão ao risco para este trabalho com o fim de tomar decisões mais conservadoras, para assim adotar

medidas que indiquem sobre a escassez de um recurso pois atualmente este tipo de metodologia é considerada no caso Brasileiro. Salienta-se ainda, a importância de levar em conta em trabalhos futuros, implementar mais atributos do modelo de REE presentes em (CEPEL, 2010), bem como também incluir uma função de produção com melhor nível de detalhe no caso da modelagem a UI.





## 7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

**Agencia Nacional de Energia Elétrica.** Disponível em <http://www.aneel.gov.br/aplicacoes/capacidadebrasil/operacaocapacidadebrasil.asp>. Acessado em Agosto de 2014.

Operador Nacional do Sistema Elétrico. Disponível em <http://www.ons.org.br/home/>. Acessado em Junho de 2013.

**CEPEL. Modelo NEWAVE – Manual de Referência Versão 16.0.** Centro de pesquisas de Energia Elétrica. Rio de Janeiro, 2010 a.

FINARDI, E. C. **Alocação de Unidades Geradoras Hidrelétricas em Sistemas Hidrotérmicos Utilizando Relaxação Lagrangeana e Programação Quadrática Sequencial.** Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2003.

Pereira, M.V.F. and Pinto, L.M.V.G. (1985) **Stochastic Optimization of Multireservoir Hydroelectric System: A Decomposition Approach.** Water Resources Research, Vol.21, No.6, pp. 779-792.

Matrix Laboratory (MATLAB). Disponível em <http://www.mathworks.com/> Acessado em Junho de 2013.

ARVANITIDIS, N.V; ROSING, J. Composite representation of a multireservoir hydroelectric. **Power Apparatus and systems, IEEE transactions on**, PAS-89, n.2, January 1970a. 319 – 326.

KLIGERMAN, A. S. **Operação ótima de subsistemas hidrotérmicos interligados utilizando a programação dinâmica estocástica dual**, Campinas 1992.

CARVALHO, L. **Planejamento de sistemas hidrotérmicos- uma análise comparativa entre as representações a usinas individualizadas e a reservatórios equivalente de energia**. Florianópolis SC; PGEEL Universidade Federal De Santa Catarina, 2002.

DE MATOS, V. L. **Análise Comparativa entre as modelagens de reservatório equivalente de energia agregado por subsistema e por cascata no problema do planejamento anual da operação energética**. Florianópolis SC; PGEEL, Universidade Federal De Santa Catarina, 2008.

LARROYD, P. V. **Comparação de políticas com aversão a risco para o planejamento da operação hidrotérmica de médio prazo**. Florianópolis SC; PGEEL, Universidade Federal De Santa Catarina, 2012.

**KARHIKEYAN, KUMAR. A Matlab GUI based based Simulation tool to solve load flow program for standard test system.**

**CHANG, HUNG-LU. Matlab based graphical user interface development for teaching power system harmonic studies.**

**KUMAR, SELVAN. Virtual Laboratory Enviroment using Matlab GUI for teaching of Induction Generators.**

**DO SANTOS COELHO, SIERAKOWSKI. Development of an Educational Simulator for particle Swarm Optimization and Economic Dispatch Applications.**

**EMINOGLU, HOCAGLU. A tool for voltage stability and optimization in radial distribution systems using Matlab graphical user interface (GUI).**

**HAFIZI, HARDI. Teaching Distance Relay Using Matlab-Simulink Graphical User Interface.**

**SULAIMAN, MAT ISA. A GUI based per-unit representation of power system with symmetrical components: An E-Learning approach.**

**CEPEL. Modelo DECOMP.** Centro de pesquisas de Energia Elétrica. Manual do usuário, versão 18.3. Rio de Janeiro, 2013.

CEPEL. **Modelo DESSEM**. Centro de pesquisas de Energia Elétrica. Manual do usuário, versão 8.2. Rio de Janeiro, 2012.

SIQUEIRA, T.G. Effects of streamflow modeling in stochastic dynamic programming for long term hydrothermal scheduling . **X SEPOPE- Simpósio de Especialistas em Planejamento da Operação e Expansão Elétrica**. Florianópolis 2006.

PEREIRA, M.V.F. Optimal Stochastic Operations Scheduling of large hydroelectric Systems. **International Jornal of Electrical Power & Energy Systems**. 11, n.3, July 1989. 161-169.

GONÇALVES, R. E. C.; FINARDI, E. C.; SILVA, E. L. D. Applying different decomposition schemes using the progressive hedging algorithm to the operation planning problem of a hydrothermal system. **Electric Power System Research**, v.83, n.1, p. 19-27. 2012.

PEREIRA, M. V. F; PINTO, L. M. V. G. Multi-stage Stochastic optimization applied to energy planning. **Mathematical Programming**, v. 52, p.359-375. 1991.

QUINTERO, R. D. **Análise comparativa de diferentes simplificações para a função de produção hidrelétrica no contexto do planejamento da operação energética de curto prazo**. Florianópolis SC; PGEEL, Universidade Federal De Santa Catarina, 2013.



Benders, J. F. (1962). **Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems**, Numerische Mathematik 4, pp. 238–252.

Dempster, M.A.H. (1988). **On stochastic programming II: dynamic problems under risk**, Stochastics 25, pp. 15–42.

Carpenter, T.; Lustig, I. and Mulvey, J. (1991). **Formulating stochastic programs for interior point methods**, Operations Research 39 , pp. 757–770.

LARROYD, P.V. **Assessment of Risk-Averse Policies for the Long-Term Hydrothermal Scheduling Problem.**

Birge, J.R. and Louveaux, F. (1997). **Introduction to Stochastic Programming**, Springer-Verlag, New York.

Chen, Z.L. and Powell, W.B. (1999). **Convergent cutting-plane and partial-sampling algorithm for multistage stochastic linear programs with recourse**. Journal of Optimization Theory and Applications, 102(3), pp. 497-524.

Donohue, C. J. and Birge, J. R. (2006). **The abridged nested Decomposition method for multi-stage stochastic linear programs with relatively complete recourse**. Algorithmic Operations Research 1, pp.20-30.

Higle, J. L. and Sen, S. (1996). **Stochastic Decomposition: A Statistical Method for Large Scale Stochastic Programming**, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, the Netherlands.

DE MATOS, V. L. **Um modelo para o Planejamento Anual Da Operação Energética Considerando Técnicas Avançadas De Otimização Estocástica**. Florianópolis SC; PGEEL, Universidade Federal De Santa Catarina, 2012.